

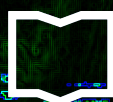
# Propiedades termoeléctricas y medición de temperatura en estado Hall cuántico

Mariano A. Real

Departamento de Metrología Cuántica, Instituto Nacional de Tecnología Industrial  
Instituto de Calidad Industrial, UNSAM



Universidad Nacional  
de San Martín



Instituto de  
Calidad Industrial  
INCALIN-UNSAM



INTI

Instituto Nacional  
de Tecnología Industrial



Cubierta: Dispositivo Corbino en falso color, cristal crecido en ETH (Zürich) por el grupo del Dr. Wegscheider, microprocesada en INTI por el autor.

Estilo: estilo de reporte INCALIN-UNSAM, modificado de la clase reporte de la Universidad de Delft por M.A. Real (2022)





Universidad Nacional  
de San Martín



Instituto de  
Calidad Industrial  
INCALIN\_UNSAM

## UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN MARTIN INSTITUTO DE CALIDAD INDUSTRIAL

# Propiedades termoeléctricas y medición de temperatura en estado Hall cuántico

Trabajo de Tesis para optar por el título de  
Doctor en Calidad e Innovación Industrial

Por:

Mariano A. Real

Directora de tesis: Dra. Alejandra Tonina

Co-directora de tesis: Dra. Liliana Arrachea

Lugar de trabajo: Departamento de Metrología Cuántica, INTI



**INTI**

Instituto Nacional  
de Tecnología Industrial



# Prefacio

The story so far: In the beginning the Universe was created. This has made a lot of people very angry and been widely regarded as a bad move.

---

Douglas Adams

And perhaps we should avoid writing this thesis and just state that the answer to everything is 42.

---

MAR

*A Caro y Uli  
a mis viejos  
a mi familia  
a mis directoras  
a mis colegas  
a la nación Argentina, que con esfuerzo apoya  
la educación, la ciencia y el desarrollo productivo.*

*Mariano A. Real  
Buenos Aires, febrero 2023*



# Resumen

En esta tesis se presenta la fabricación, caracterización y modelado de dispositivos bajo efecto Hall cuántico para producir fenómenos termoeléctricos en sistemas con geometría Corbino (anillos). También se presentan métodos para producir y medir los gradientes térmicos necesarios para generar dichos efectos.

Asimismo, se presentan modelos y análisis teóricos que permiten interpretar los experimentos. Algunas de estas herramientas teóricas se utilizan para analizar la respuesta termoeléctrica de una nanoestructura de un aislador topológico con efecto Hall cuántico de spin con islas magnéticas.

Se muestra que la estructura de Corbino con un calentador central resulta ser un sistema ideal para estudiar el transporte térmico y termoeléctrico de manera controlada. Se presenta un mecanismo para medir el gradiente de temperatura generado a partir de mediciones de conductancia eléctrica. Los resultados obtenidos se comparan con las predicciones del modelado del transporte de calor en el sustrato, así como también con las estimaciones teóricas basadas en mediciones de termovoltaje. Sobre la base de los resultados experimentales, se realizan estimaciones de la potencia de enfriado de este dispositivo, encontrándose resultados muy promisorios.

Las heteroestructuras de GaAs/AlGaAs utilizadas fueron crecidas en ETH-Zürich. Las estructuras Corbino fueron procesadas y fabricadas en INTI, CNEA y también en el Max Planck Institute – Stuttgart. Las mediciones de termovoltaje fueron realizadas en INTI y en ETH – Zürich. Los modelos teóricos fueron realizados en conjunto con el grupo de la Escuela de Ciencia y Tecnología e ICIFI de la UNSAM.

El efecto Hall cuántico es utilizado a nivel mundial, también en nuestro país, para realizar el ohm. Los métodos y dispositivos desarrollados serán aplicables a los sistemas cuánticos utilizados en INTI. La realización del ohm tiene un impacto directo en la industria nacional, ya que en toda medición eléctrica realizada es posible hacer un seguimiento de la cadena de trazabilidad llegando finalmente al Departamento de Metrología Cuántica del INTI.



# Summary

This thesis presents the fabrication, characterization and modeling of devices under quantum Hall effect to produce thermoelectric phenomena in systems with Corbino geometry (rings). The methods to produce and measure the thermal gradients necessary to generate the thermoelectric effects are also presented.

Likewise, models and theoretical analyzes are presented, allowing the experiments interpretation. Some of these theoretical tools are used to study the thermoelectric response of a topological insulator nanostructure presenting spin quantum Hall effect and top magnetic islands.

It is shown that the Corbino structure having a central heater turns out to be an ideal system to study thermal and thermoelectric transport in a controlled manner. It is presented a mechanism to measure the temperature gradient from electrical conductance measurements. The results obtained are compared to the predictions of the model of the heat transport in the substrate, as well as to theoretical estimates based on thermovoltage measurements. Given the experimental results and models, estimates of the cooling power of this device are made, finding promising results.

The GaAs/AlGaAs heterostructures used were grown at ETH-Zürich. The Corbino structures were processed and manufactured at INTI, CNEA and also at the Max Planck Institute – Stuttgart. The thermovoltage measurements were made at INTI and at ETH – Zürich. The theoretical models were carried out jointly to the group of the School of Science and Technology and ICIFI of UNSAM.

The quantum Hall effect is used worldwide, also in our country, to perform the ohm. The methods and devices developed will be applicable to the quantum systems used at INTI. The realization of the ohm has a direct impact on the national industry, since all electrical measurements can be traced to the Department of Quantum Metrology of INTI.



# Agradecimientos

Quisiera agradecer a todos aquellos (no pocos) que me ayudaron a finalizar este trabajo. Todos ustedes han tenido un impacto profundo en mí y, espero, me han transformado en una mejor persona. Como suele suceder lo que escriba en estas líneas no alcanzará para agradecerles, pero espero sepan lo mucho que impactan en mí.

En primer lugar a mi esposa e hijo, que son mi guía a un oasis sin el que no puedo vivir. No tengo palabras para describir la ayuda y sostén que me proveen, vivo por sus abrazos y sonrisas, ¡los amo!

Nada hubiera sucedido sin Ale y Lili, dos mujeres generosas e impresionantes que siempre me indicaron el camino y me empujaron a superarme. He aprendido tantas cosas de ustedes, no sólo en mi vida profesional sino que también personal. GRACIAS.

A mi vieja, mi viejo y a mi familia y amigos, siempre están allí, aguantándome cada vez que comienzo a hablar de física. Cualquiera persona que me conozca sabe cuán importantes son todos ustedes en mi vida, la lista es larga, pero ustedes saben a quiénes me refiero ;-)

A mis compañeros de INTI, especialmente a Ricky Iuzzolino que siempre está allí para ayudar desinteresadamente. Me ha ayudado a comprender diferentes visiones de la metrología desde que comencé a trabajar en INTI. También a Martín Currás, siempre ayudando y dando un oído cuando alguien lo necesita.

The guidance and help that Werner Dietsche gave was amazing, it was my pleasure to be able to work with you, hope I was up to the task, the physics discussions we had will accompany me always. I must also say thank you because you started a small friendship during my stay at Switzerland, which was unexpected and great.

A Paula Giudici, gracias por tu ayuda y enseñarme el mundo del GaAs, siempre fue un gran día aquel en que tuve la chance de trabajar con vos.

También a Daniel Gresta y Juan Herrera Mateos. Fue un placer poder colaborar con ustedes y que me permitieran generar una amistad durante esas largas, largas sesiones de trabajo.

To Werner Wegscheider by providing the samples and receiving me at his laboratory to produce the measurements we made at ETH. Also to his group, they received me with open arms. Also to Peter Märki who provided the DC amplifiers used in this work. In the same way to Dr. Weis and his group, particularly Achim Güth and Marion Hagel. I must also thank Dr. Klitzing, that took an interest on this work.

A todas las personas de la sala limpia de INTI y de CNEA que me permitieron trabajar en sus laboratorios, confiaron en mí y me ayudaron cuando lo necesité. Ninguna de los dispositivos hubieran sido posibles sin su ayuda.

También me gustaría agradecerle a la gerencia de INTI, en particular a Héctor Laiz que confío en nosotros y en nuestro trabajo y habilitó los medios para que se realice esta tesis.

Finalmente, como dije en la primera página, al pueblo Argentino, que mantiene la ciencia y los estudios públicos, sin ellos nada de esto sería posible. Siempre hay que recordarlo, en cada punto del camino.

# Lista de publicaciones

Publicaciones con peer review que resultaron de esta tesis:

- D. Gresta, M. Real y L. Arrachea, *Optimal Thermoelectricity with Quantum Spin Hall Edge States*, Physical Review Letters **123**, 18 (2019).
- M. Real, D. Gresta, C. Reichl, J. Weis, A. Tonina, P. Giudici, L. Arrachea, W. Wegscheider y W. Dietsche, *Thermoelectricity in Quantum Hall Corbino Structures*, Physical Review Applied **14**, 3 (2020).
- J. H. Mateos, M. A. Real, C. Reichl, A. Tonina, W. Wegscheider, W. Dietsche y L. Arrachea, *Thermoelectric Cooling Properties of a Quantum Hall Corbino Device*, Physical Review B **103**, 12 (2021).
- M.A. Real, A. Tonina, L. Arrachea, P. Giudici, C. Reichl, W. Wegscheider y W. Dietsche, *Controlled generation and detection of a thermal bias in Corbino devices under the quantum Hall regime*, arXiv preprint arXiv:2210.15599 (2022). Enviado a revisión.

Proceedings con peer review

- M. A. Real, D. Gresta, A. Tonina, L. Arrachea, and W. Dietsche, *Thermoelectricity in Corbino Devices in the Quantum Hall Regime*, in *2020 Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM)* (IEEE, 2020), pp. 1–2.



# Índice general

<b>Prefacio</b>	<b>III</b>
<b>Resumen</b>	<b>v</b>
<b>Summary</b>	<b>vii</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>ix</b>
<b>Lista de publicaciones</b>	<b>xi</b>
<b>Nomenclatura</b>	<b>xv</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2 Introducción Teórica</b>	<b>7</b>
2.1 Efecto Hall cuántico . . . . .	7
2.1.1 Fenomenología del QHE . . . . .	9
2.1.2 Canales de borde . . . . .	10
2.1.3 Geometría Corbino . . . . .	12
2.2 Efecto Hall cuántico de espín, aislantes topológicos 2D . . . . .	13
2.3 Efectos termoeléctricos en sistemas cuánticos . . . . .	14
2.4 Efecto Seebeck (termopotencia) . . . . .	18
<b>3 Termoelectricidad en estructuras de aislantes topológicos</b>	<b>21</b>
3.0.1 Potencia máxima y figura de mérito . . . . .	24
<b>4 Dispositivos y sistemas criogénicos</b>	<b>29</b>
4.1 Dispositivos . . . . .	29
4.2 Sistemas criogénicos . . . . .	32
<b>5 Conductancia y termovoltaje</b>	<b>37</b>
5.1 Medición de conductancia . . . . .	38
5.2 Medición de tensiones termoeléctricas . . . . .	40
5.3 Dependencia con la potencia . . . . .	43

5.4	Mediciones de termovoltaje y conductancia . . . . .	45
5.4.1	Termocorrientes . . . . .	48
5.5	Recuperando la resistencia Hall cuántica de los plateaux . . . . .	51
5.6	Gradientes de temperatura . . . . .	53
5.6.1	Simulación de la ecuación de flujo de calor y $\Delta T$ resultante . . . . .	60
<b>6</b>	<b>Termovoltaje, magneto-conductancia y modelado</b>	<b>63</b>
6.0.1	Campo magnético bajo, $B < 1$ T . . . . .	65
6.0.2	Campo magnético alto, $B > 1$ T . . . . .	65
6.1	Desempeño termoeléctrico . . . . .	71
6.2	Posibilidades de refrigeración termoeléctricas . . . . .	73
<b>7</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>79</b>
<b>A</b>	<b>Apéndice A</b>	<b>85</b>
A.1	Recetas de sala limpia y técnicas de laboratorio . . . . .	85
A.2	Propiedades de las muestras . . . . .	87
<b>B</b>	<b>Apéndice B</b>	<b>91</b>
B.1	Información extra en algunos sistemas de medida . . . . .	91
<b>C</b>	<b>Apéndice C</b>	<b>95</b>
C.1	Modelo TI para grafeno . . . . .	95

# Nomenclatura

## Abreviaturas

---

Abreviatura	Definición
2DES	sistema electrónico 2D
ac	corriente alterna
dc	corriente continua
DCamp	amplificador dc
LIA	amplificador lock-in
LL	niveles de Landau
MBE	Epitaxia por haz molecular
QH	Hall cuántico
QHE	efecto Hall cuántico
QHR	resistencia Hall cuántica
QPC	contacto puntual cuántico
QSH	efecto Hall cuántico de espín
SdH	oscilaciones de Subnikov de Haas
SI	Sistema Internacional de unidades
TI	aislante topológico
TI-2D	aislante topológico bidimensional
$V_{tp}$	termovoltaje

---

---

## Símbolos

Símbolo	Definición	Unidad de medida
$\eta$	Eficiencia	–
$\kappa$	Conductividad térmica	$\text{W K}^{-1} \text{m}^{-1}$
$\nu$	Fracción de llenado o factor de llenado	–
$\omega_c$	frecuencia de ciclotrón	Hz
$\mathcal{L}_{ij}$	Coefficientes de Onsager (ver 2.15)	–
$\mathcal{T}$	función de transmisión	–
$e$	Carga elemental	
	$1,602\,176\,634 \times 10^{-19} \text{ C}^{\text{a}}$	
$G$	Conductancia	S
$J_{\text{el}}$	Corriente eléctrica	A
$J_c$	Corriente de calor	$\text{J s}^{-1}$
$k$	Constante de Boltzman	
	$1,380\,649 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1} \text{ a}$	
$S, S(B)$	Termopotencia (coeficiente de Seebeck)	$\text{V K}^{-1}$
$P_{\text{max}}$	Potencia máxima	nW
$ZT$	Figura de mérito	–

<sup>(a)</sup> CODATA (<https://physics.nist.gov/cuu/Constants/>)

# Introducción

El efecto Hall cuántico (QHE, de sus siglas en inglés) no sólo es uno de los efectos fundamentales de la física, sino también de la actual metrología eléctrica y de la nueva definición del Sistema Internacional de Unidades que entró en vigencia en 2019 [1]. Las nuevas definiciones generaron un cambio profundo en la concepción de las unidades de medida, pasando a vincular cada unidad a constantes universales. Gracias a estas nuevas definiciones pudieron mejorarse los procesos de medición, dado que es posible vincular múltiplos y submúltiplos de la unidad directamente a la constante pertinente, sin necesidad de realizar pasos de transferencia intermedios [2–5].

En el Instituto Nacional de Tecnología Industrial (INTI), el QHE es utilizado rutinariamente para realizar el ohm y mantener la cadena de trazabilidad eléctrica nacional. Esto implica que cada medición eléctrica en nuestro país puede relacionarse a través de las distintas calibraciones intermedias al Departamento de Metrología Cuántica de INTI.

El QHE ha demostrado ser un sistema de estudio versátil para la física del estado sólido desde su descubrimiento hace más de 40 años por von Klitzing, et al. [6] (Nobel 1985). Este efecto se da en dispositivos que contienen sistemas bidimensionales de electrones (2DES), donde al aplicar una corriente eléctrica y un campo magnético la resistencia transversal Hall presenta plateaux (mesetas) cuantizadas exactamente en múltiplos o fracciones de  $h/e^2$ , siendo  $e$  la carga elemental y  $h$  la constante de Planck. El resultado es independiente del material, las condiciones externas o la variedad del efecto: entero, fraccionario o anómalo [7–9].

Una característica importante del estado de Hall cuántico (QH) es la presencia de canales de borde quirales. Las corrientes en los bordes de los dispositivos tienen una dirección particular y no interactúan entre sí, lo que abre innumerables posibilidades en el control del transporte

de estos sistemas.

A partir del descubrimiento del QHE, Thouless, Haldane (Nobel 2016) y otros establecieron una conexión con un enfoque topológico en el que demostraron que existe una relación directa entre el número de Chern, un invariante topológico y la conductancia QH. Dichas características permiten explicar la robustez del estado de Hall cuántico a las perturbaciones externas.

Estas ideas proporcionaron el punto de partida para una nueva física: Kane y Mele usaron el “modelo de juguete” de Haldane en la red del grafeno y extendieron la familia de aislantes topológicos (TI) que preservan la simetría de inversión temporal [10]. Bernevig y colaboradores propusieron un sistema físico donde encontrarlos [11, 12] y fueron observados experimentalmente por König, et al. en el grupo de L. Molenkamp [13] en compuestos que presentan el efecto Hall cuántico de espín (QSH). Hoy en día se están considerando y estudiando muchos sistemas topológicos diferentes, teniendo en cuenta que todos ellos dan como resultado sistemas cuánticos muy robustos y prometen así ser centrales en los nuevos desarrollos por venir para nuevas tecnologías especialmente las tecnologías cuánticas.

Estos desarrollos se enmarcan en la llamada segunda revolución cuántica, que se espera resulten cruciales en un futuro próximo. Esta nueva ola tecnológica se funda en la generación y control preciso de estados cuánticos para codificar y procesar la información, para implementar nuevos métodos de comunicaciones seguras y para desarrollar técnicas de medición más precisas. Muchos países ya han entendido el alcance de esta nueva revolución, lo que ha dado lugar a innumerables programas y nodos en todo el mundo, solo por mencionar algunos: The Quantum Joint Institute (NIST, U. Maryland), National Quantum Initiative (EE. UU.), el Quantum Technology Flagship de la Unión Europea, el consorcio SwissQuantum, la iniciativa cuántica de China, la iniciativa cuántica de Israel, el centro de Singapur para tecnologías cuánticas e innumerables empresas privadas que ya apuntan en esta dirección [14–17]. Además, en Argentina se ha incluido como una de las prioridades del actual plan de ciencia y tecnología.

Estas tecnologías, al igual que la electrónica cuántica coherente, requieren el dominio preciso de efectos muy complejos a escala nanométrica y mesoscópica, para lo cual se debe lograr una base sólida y una interconexión entre la teoría, la física experimental y la tecnología, y en particular debe desarrollarse la metrología que estos desarrollos requerirán. El enfriamiento on-chip o la determinación de variables por medio de métodos que las relacionen a efectos cuánticos se vuelven cruciales, un ejemplo de ello es la generación de sistemas de medición y control térmico dentro de los dispositivos cuánticos en entornos criogénicos.

A lo largo de este trabajo, se discutirán varios aspectos del transporte térmico, termoeléctrico y de magneto-transporte en los sistemas cuánticos estudiados, planteados dentro de los

objetivos establecidos por el plan de tesis original, donde se propuso estudiar métodos para determinar temperaturas y estudiar el transporte termoeléctrico bajo el estado Hall cuántico.

Para estudiar efectos termoeléctricos en estado QH se requiere generar y determinar gradientes térmicos, y también realizar la medición de los termovoltajes resultantes.

Este tipo de investigaciones fueron realizadas en el pasado, principalmente en dispositivos con geometría de barra Hall. Pero el trabajo de Barlas y Yang [18] condujo a la elección de dispositivos con geometría Corbino (anillos). Esta geometría asegura el paralelismo entre el gradiente térmico inducido y el termovoltaje resultante. El sistema puede ser considerado como un sistema coherente de dos terminales, y factible de ser descrito por una única función de transmisión. El uso de este enfoque permite modelar el comportamiento de transporte y termoeléctrico del sistema.

En el capítulo 2 se presentará una introducción a los efectos termoeléctricos y a su descripción por una función de transmisión. En el capítulo 3 se aplicará inicialmente al problema de un aislante topológico (TI) con una isla magnética y dos contactos ohmicos a temperaturas distintas. En este sistema la interacción se da entre los pares de canales de borde helicoidales (pares de Kramer) del QSH a un dominio magnético en la superficie. El problema planteado se estudiará por medio de una función de transmisión, a partir de la cual se obtendrán los diferentes aspectos termoeléctricos del sistema. El sistema es realista y considera temperaturas y tecnologías de punta existentes y fue estudiado en el pasado [19–21] considerando incluso contactos superconductores para estudiar superconductividad topológica [22]. Además, permite explorar el problema del efecto Hall cuántico de espín, que comparte similitudes con el QHE, por ejemplo la existencia de canales de borde, protegidos topológicamente. Este estudio permitirá aplicar los principales conceptos y da un marco para dividir el problema en modelos de prueba de acuerdo con la escala de temperatura, que resultará en propiedades generales que serán luego aplicadas también al caso del anillo Corbino bajo efecto Hall.

Los resultados obtenidos en este sistema dan una perspectiva sobre el control de las corrientes de calor a través del momento magnético de la isla magnética incluida en la superficie [23]. Pero además es un problema de interés actual, los TI han sido utilizados en metrología [9] para demostrar una vez más la universalidad del efecto Hall cuántico. Su desarrollo actual requiere temperaturas de décimas de mili-kelvin, sin embargo no son necesarios campos magnéticos extremos. Es uno de los temas destacados de física actual y de continuar su ritmo de desarrollo es muy posible que aumenten su temperatura de trabajo y abanico de aplicaciones, cabe mencionar que ya existen alrededor de 850 patentes donde son aplicados ([www.lens.org](http://www.lens.org)).

Se mostrará la predicción de estados resonantes dentro del gap del sistema, una característica interesante para explorar, se discutirá el caso de un único dominio magnético, pero el problema puede ser extendido a un conjunto más grande, brindando la posibilidad de con-

trolar sus características por medio de la magnetización relativa de las islas depositada en la superficie del TI.

A partir del capítulo 4 el trabajo se enfocará exclusivamente en dispositivos Corbino. En dicho capítulo se presentarán los sistemas criogénicos de  $^3\text{He}$  – mojado y húmedo – y varios sistemas de medición utilizados. También se discutirán las características de los distintos dispositivos Corbino desarrollados, localmente y en el exterior. Las pruebas iniciales realizadas permitieron perfeccionar el diseño de diferentes aspectos experimentales. Los dispositivos consisten en una meseta (zona activa) sobre la que se realizó un arreglo de contactos ohmicos en forma de anillos concéntricos, cada Corbino queda determinado por dos contactos ohmicos consecutivos. Los dispositivos cuentan además con un calentador resistivo central, método elegido para generar los gradientes de temperatura requeridos para los estudios termoeléctricos.

Se discutirán en el capítulo 5 las mediciones de magneto-transporte de los anillos Corbino de los dispositivos, que demostrarán que cada uno actúa de forma independiente.

Se discutirán en este capítulo también las mediciones termoeléctricas realizadas, donde fue fundamental la utilización de una metodología de detección por segunda armónica. En ésta se realiza la excitación térmica del sistema por medio del calentador central a una frecuencia dada, y se mide por medio de un lock-in referido a la segunda armónica de la frecuencia de excitación. De esta manera, es posible resolver las tensiones eléctricas resultantes del efecto termoeléctrico inducido por la diferencia de temperatura impuesta por el calentador.

Se presentarán también estudios de la dependencia de los efectos termoeléctricos y de la conductancia con la temperatura del crióstato, la potencia del calentador, la frecuencia de trabajo, la termo-corriente, entre otros.

Las mediciones de termovoltaje requirieron un estudio exhaustivo. En las regiones de niveles de Landau semi-llenos, la respuesta termoeléctrica resulta en las décimas de mV/K, anulándose en los campos magnéticos donde la conductancia alcanza su máximo. Sin embargo se mostrará que la respuesta en las regiones del gap resulta ser dos órdenes de magnitud mayor a las de los niveles de Landau.

Una desventaja del sistema Corbino es que se pierde el acceso a la resistencia transversal Hall, en los dispositivos considerados en este trabajo sólo tenemos acceso a la resistencia radial. En este sentido, y para demostrar la robustez del sistema se realizó un experimento donde se realiza un corte radial profundo en una muestra – lo suficiente para romper el contacto ohmico y el 2DES –, resultando en un dispositivo de dos terminales curvo que actúa como una barra Hall de dos terminales. Las mediciones realizadas sobre el dispositivo demuestran que se recupera la resistencia cuantizada Hall esperada, pero manteniendo las características de la muestra Corbino en los anillos que no sufrieron el proceso de raspado, una prueba de la robustez del estado Hall cuántico y las características topológicas del efecto.

Se finalizará el capítulo 5 discutiendo los distintos aspectos de la generación del gradiente de temperatura y su posterior medición. La medición de temperatura electrónica se basa en la dependencia de la conductancia (un parámetro directamente dependiente del 2DES) con la temperatura. Realizando mediciones de conductancia simultáneamente en dos anillos, a diferentes temperaturas de base del crióstato y a diferentes potencias del calentador, es posible determinar diferencias de temperatura en los dispositivos.

En este sentido se presentarán también estimaciones del perfil térmico realizado por medio de elementos finitos. También se discutirán estimaciones realizadas utilizando la teoría de respuesta lineal, por medio de las cuales es posible entender en qué regiones de campo la metodología de medición de temperatura tendrá mayor resolución y dónde presentará inconvenientes – campos donde el cambio de conductancia con la temperatura no es monótona.

En el capítulo 6 se discutirán las mediciones de termovoltaje enfocadas a su modelado. Para ello se utilizará la teoría de transporte cuántico en respuesta lineal. Se presentarán dos regiones principales, a campos pequeños, donde los niveles de Landau no se resuelven claramente, se aproxima la función de transmisión por medio de funciones de Green dentro de la aproximación auto-consistente de Born. Para campos grandes, cuando los niveles de Landau son claramente resueltos, la función de transmisión se aproxima a partir de la conductancia del sistema a la menor temperatura base de medición. Esta aproximación resultaría cierta sólo a temperatura nula.

A partir de estas dos funciones de transmisión se modelan y estudian las respuestas termoeléctricas en las regiones de los LL semi-llenos. No es el caso del gap, donde el modelo no representa los valores y comportamientos de las mediciones. Se realizaron esfuerzos para explicar el comportamiento observado, por ejemplo considerando posibles capacidades presentadas por el sistema en esta región, pero los resultados obtenidos aún no son satisfactorios. Es necesario en este sentido plantear un estudio específico del comportamiento en el gap, donde la conductancia se anula, el sistema electrónico se vuelve aislante y la respuesta termoeléctrica es ordenes mayor a la de los LL y oscilante.

Se mostrará que el modelo obtenido predice satisfactoriamente las diferencias de potencial térmicas medidas a diferentes temperaturas criogénicas, a diferentes potencias del calentador, en diferentes anillos y muestras, demostrando que es una excelente herramienta para estudiar estos sistemas.

Además, el modelo posee un sólo parámetro libre, la diferencia de temperatura entre los contactos ohmicos del anillo Corbino considerado  $\Delta T$ . Por lo tanto los resultados de este modelo se comparan con aquellos resultantes de las mediciones y las estimaciones discutidas en el capítulo anterior. Resulta de esta comparación que existe una diferencia entre el método puramente termoeléctrico y el basado en las mediciones de conductancia. La diferencia entre

el  $\Delta T$  obtenido del método termoelectrico (3 mK) con las estimaciones de  $\Delta T$  calculadas por elementos finitos (19 mK) pueden deberse a la conductividad térmica del sustrato utilizada en este último. La conductividad térmica no fue medida, se utilizaron valores de la literatura a la temperatura de medición de los experimentos aquí descritos. Pero cambios en esta conductividad resultan en modificaciones proporcionales del  $\Delta T$  resultante. Respecto a las mediciones de  $\Delta T$  basadas en mediciones de conductancia, coinciden con las modeladas por elementos finitos, pero son mayores a las obtenidas del modelo termoelectrico. Aquí cabe la posibilidad de que existan errores sistemáticos pasados por alto en el método de medición de temperatura, o también que existan variaciones en la conductividad térmica entre anillos, ésta puede llegar a depender de características de la heteroestructura y el sustrato, rugosidad, implantación de cromo, entre otras. En este sentido dado que los contactos ohmicos penetran en la muestra, podrían modificar también la conductividad térmica, resultando en variaciones que afectarían el método de medición de conductancia.

La figura de mérito – que determina las propiedades termoelectricas del sistema – resultante para los dispositivos estudiados son muy buenas en comparación a otros sistemas de temperatura ambiente y criogénicos. Por esto, este mismo capítulo finaliza con un estudio de las capacidades de refrigeración del sistema Corbino [24]. Se presentarán los resultados de dicho estudio, donde se muestran los diferentes regímenes y regiones donde existen posibilidades de refrigeración. Se obtiene así un mapa de parámetros que puede ser aplicado a futuro para la realización experimental de un refrigerador basado en el efecto Hall cuántico.

En el último capítulo 7 se presentan las conclusiones del trabajo y se discuten posibles trabajos futuros que resultan de esta tesis.

# 2

## Introducción Teórica

En esta tesis se discutirán dos tipos de sistemas, aquellos que presentan el efecto Hall cuántico (QHE) y aquellos en el régimen de efecto Hall cuántico de espín (QSH). Ambos son sistemas extremadamente ricos y estudiados activamente durante las últimas décadas y pueden describirse en el contexto de la materia topológica, que explica sus efectos mesoscópicos<sup>1</sup>.

### 2.1. Efecto Hall cuántico

El QHE fue descubierto por el Prof. K. von Klitzing en 1980 [6], en la actualidad se utiliza de forma rutinaria en los institutos nacionales de metrología para realizar el ohm a partir de las definiciones del Sistema Internacional de unidades de 2019 (SI) [1, 25–31].

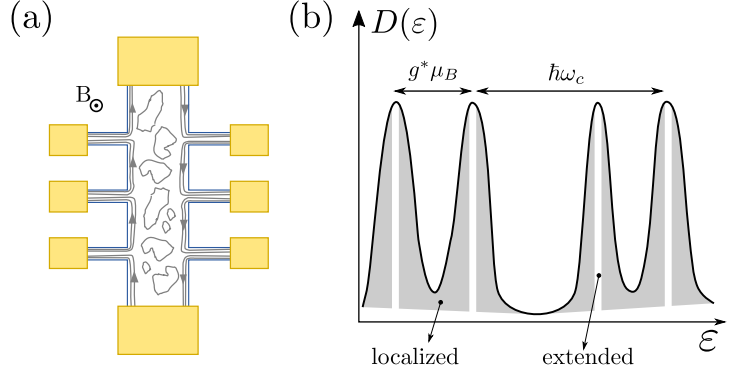
Este efecto puede observarse en sistemas bidimensionales de cargas (2DES) y se trabaja usualmente en configuraciones de barra Hall, como la de la Fig. 2.1. Es bidimensional porque los estados cuánticos disponibles para el sistema de electrones están confinados en 2D. Este es el caso de MOSFETS, de heteroestructuras de GaAs/AlGaAs y otros compuestos III-V [32] a temperaturas sub-kelvin, del grafeno y otros materiales. A estas temperaturas y en estas condiciones, la longitud de onda electrónica es menor que la longitud del potencial de confinamiento. En esta tesis utilizamos varias heteroestructuras de GaAs/AlGaAs, en el apéndice B se detallan sus principales características.

El QHE es la manifestación macroscópica de la diferencia de potencial transversal desarrollada por el sistema cuando se aplica una corriente de polarización en presencia de un campo

---

<sup>1</sup>D. J. Thouless, F. D. M. Haldane, y J. M. Kosterlitz ganaron el premio Nobel de 2016 “Por los descubrimientos teóricos de las transiciones de fase topológicas y las fases topológicas de la materia”. De esta manera produjeron una teoría más amplia que resuelve problemas de materia condensada de larga data que se consideraban independientes.

**Figura 2.1:** (a) Esquema de una barra Hall en la que se muestran esquemáticamente los canales de borde en el estado QH. La quiralidad de los canales se indica mediante las flechas en el esquema, las cargas fluyen sin retrodispersión (backscattering) en dichos canales. El centro de la muestra se vuelve aislante y presenta estados localizados. (b) Vista esquemática de la densidad de estados  $D(\varepsilon)$ , se muestran tanto los LLs como el desdoblamiento por espín. Los estados localizados y extendidos se indican en gris y blanco.



magnético  $B$  perpendicular al plano del 2DES. El espectro del 2DES se organiza en niveles de Landau (LLs), los que se obtienen al resolver el hamiltoniano del gas bidimensional de electrones en presencia de un campo magnético externo [33–36]. El espectro de energías (LLs) resultante está dado por

$$\varepsilon_n = \hbar \omega_c (n + 1/2) \pm \frac{1}{2} g^* \mu_B B, \quad n \in \mathbb{N}_0 \quad (2.1)$$

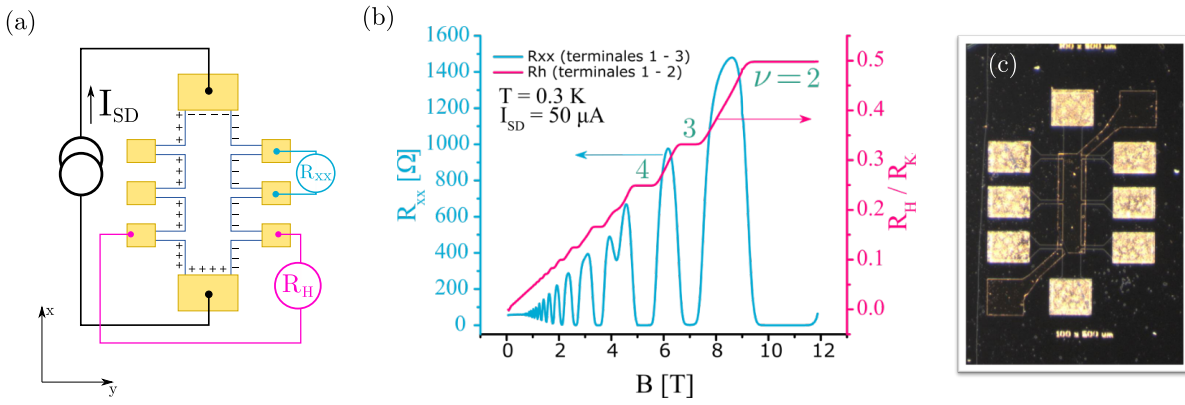
donde el número del nivel de energía está dado por  $n$  y  $\omega_c = eB/m^*$  es la frecuencia de ciclotrón. El segundo término proviene del efecto Zeeman que separa los niveles debido al espín y  $\mu_B = e\hbar/2m_0$  es el magnetón de Bohr. Se introduce aquí el factor de Landé reducido  $g^*$  y también una masa electrónica reducida  $m^* = 0,067m_0$ . Los factores reducidos son consecuencia de la interacción electrónica en el cristal, de las bandas y el material, siendo 0,067 el valor para GaS/AlGaAs<sup>2</sup>. En muestras reales, cada nivel es ensanchado por las impurezas del sistema (desorden), dando como resultado el esquema de densidad de estados que se muestra en la Fig. 2.1(b), donde se obtienen una serie de estados localizados y extendidos. Es importante notar que la energía de cada LL queda supeditada al campo magnético externo aplicado, una consecuencia directa de la ecuación 2.1.

Para definir el *factor de llenado*  $\nu$  se comienza por definir el número de portadores en cada LL por unidad de área (factor de degeneración) dado por

$$n_L = \frac{eB}{h} \quad (2.2)$$

aquí se consideró la separación por espín, de lo contrario se debe multiplicar por un factor 2. Cabe destacar que esta cantidad es independiente del material. Definiendo además la concentración de portadores como  $n_s = N/A$ , donde  $N$  es el número de portadores y  $A$  el área, puede determinarse el número de niveles de Landau llenos a un campo magnético  $B$  dado y a

<sup>2</sup>Ver <http://www.ioffe.ru/SVA/NSM/Semicond/GaAs/> y la bibliografía allí citada.



**Figura 2.2:** (a) Vista esquemática de una medición típica en una configuración de barra Hall. Cuando el campo magnético es tal que la muestra está en el gap de movilidad, cada lado de la muestra resulta estar al mismo potencial, esquematizado aquí con los símbolos + y -. La diferencia de potencial entre lados es aquella compatible con el plateau. (b) Medición de una muestra metrológica realizada en el INTI, se ve la respuesta de la resistencia longitudinal  $R_{xx}$  y transversal Hall  $R_{xy}$ . (c) Micrografía de una muestra desarrollada en el INTI con tecnología similar a la utilizada para producir las muestras de Corbino, esta muestra particular cuenta además con un top-gate.

temperatura cero

$$\nu = \frac{n_s}{n_L} = \frac{hn_e}{eB}. \quad (2.3)$$

### 2.1.1. Fenomenología del QHE

Una medición típica de la barra Hall consiste en registrar la tensión eléctrica desarrollada entre los contactos en un lado de la muestra, resultando en una medición de la resistencia longitudinal  $R_{xx}$  como se esquematiza en celeste en la Fig. 2.2. Asimismo realizando mediciones en lados opuestos se obtiene la resistencia Hall  $R_H$ , rosa en la figura<sup>3</sup>. Para campos magnéticos muy bajos se obtiene una dependencia lineal con el campo como en el efecto Hall clásico. Para campos magnéticos bajos se da una región de oscilaciones en  $R_{xx}$  denominadas de Shubnikov de Haas (SdH). A campos magnéticos altos se desarrolla el estado de Hall cuantizado completo: en el gap entre niveles de Landau la resistencia longitudinal cae a cero debido a la localización ( $< 100 \mu\Omega$  en buenas muestras), mientras que la resistencia Hall presenta los diferentes plateaux cuyos valores están completamente predefinidos por constantes universales [6]. En los plateaux vale que

$$\rho_{xx}^{\text{plateaux}} = 0 \quad (2.4)$$

$$\rho_{xy}^{\text{plateaux}} = R_H = \frac{1}{\nu} \frac{h}{e^2} = \frac{1}{\nu} \frac{\mu_0 c}{2\alpha} = \frac{1}{\nu} R_K = \frac{1}{\nu} 25\,812,807\,45 \, \Omega \quad \nu \in \mathbb{N}_0 \quad (2.5)$$

<sup>3</sup>En una medición, se realizan mediciones de la tensión y de la corriente de polarización, a partir de éstas se determinan la resistencia longitudinal y transversal.

La constante de von Klitzing  $R_K$  es exacta y depende de las definiciones de  $e$  y  $h$ , ver nota al pie<sup>4</sup>. Se indica también, la relación de  $R_K$  con la constante de estructura fina  $\alpha$ , donde  $\mu_0$  y  $c$  son la permitividad magnética del vacío y la velocidad de la luz respectivamente<sup>5</sup>. La medición que se muestra en la Fig. 2.2(b) se llevó a cabo en una heteroestructura de GaAs/AlGaAs.

Diferentes aspectos del efecto se entienden mejor resolviendo el problema electromagnético y la ecuación de Schrödinger, incluyendo el desorden como se mencionó anteriormente, ver Fig. 2.2(b) y referencias [33–39].

La ley de Ohm determina las relaciones para la conductancia en el sistema

$$\begin{pmatrix} \dot{j}_x \\ \dot{j}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & -\sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Bajo el estado QH en el gap, los componentes de la conductividad (y la conductancia) resultan ser entonces

$$\sigma_{xx}^{\text{plateau}} = 0 \quad (2.7)$$

$$G_{xy} = \sigma_{xy}^{\text{plateau}} = \nu \frac{e^2}{h} \quad \nu \in \mathbb{N}_0 \quad (2.8)$$

donde queda claro que  $e^2/h$  es el *cuanto de conductancia*.

### 2.1.2. Canales de borde

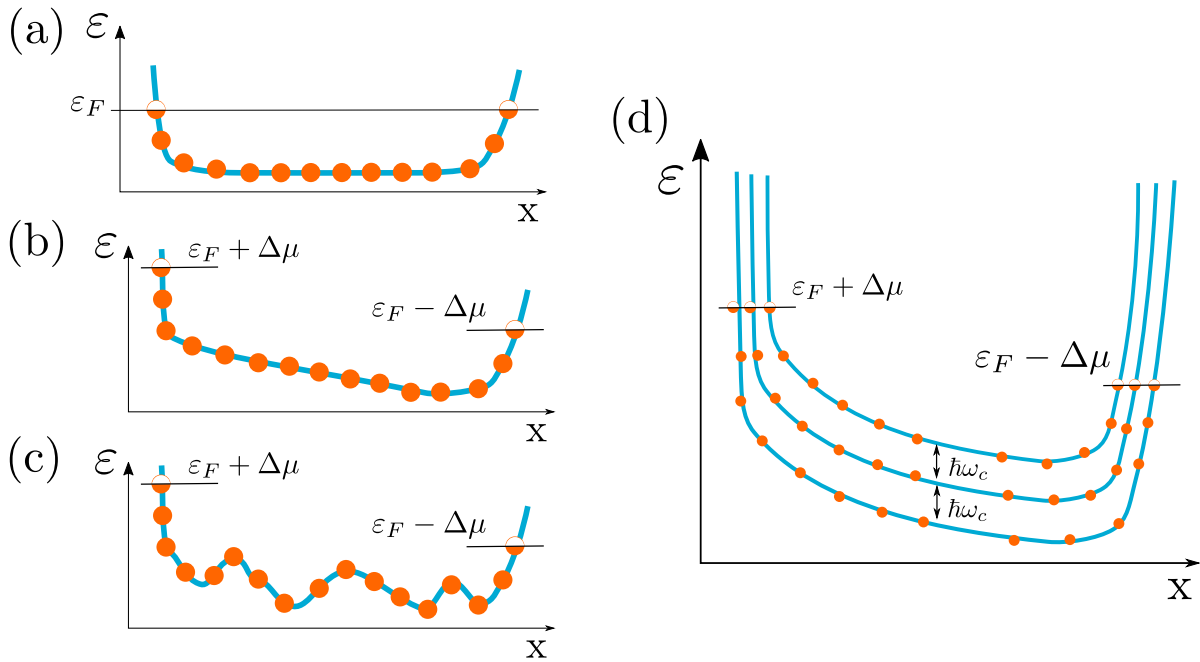
El estado Hall cuántico presenta no sólo los niveles de Landau en el “bulk”, además posee estados (canales) de borde. La muestra es finita y esto puede modelarse con un potencial  $V(x)$  que crezca abruptamente a los lados, como se muestra en la Fig. 2.3. El Hamiltoniano de dicha configuración, tomando el gauge de Landau, puede escribirse como

$$H = \frac{1}{2m} (p_x^2 + (p_y + eBx)^2) + V(x) \quad (2.9)$$

donde  $p_{x,y}$  son los momentos,  $m$  la masa,  $e$  la carga de los portadores y  $B$  el campo magnético aplicado. Cuando el potencial es cero las funciones de onda son Gaussianas de ancho  $\ell_B$ ; si el potencial es suave en estas distancias entonces podemos hacer una expansión en torno a su posición  $X$ , resultando en  $V(x) \sim V(X) + (\partial V/\partial x)(x - X) + \dots$ . Si se restringe a primer orden, que además también es despreciable, resulta ser entonces igual al problema de niveles

<sup>4</sup>El número utilizado en la ecuación 2.5 para  $R_K$  está truncado, el valor es el recomendado por el CGPM y la cantidad de dígitos es suficiente para que la incertidumbre que incluye esté por debajo de aquella de las mejores realizaciones del ohm actuales

<sup>5</sup>Desde la redefinición del SI en 2019, la permitividad magnética del vacío ya no es una constante sin incertidumbre, siendo  $\mu_0 = 1,256\,637\,062\,12(19) \times 10^{-6} \text{ NA}^{-2}$ .



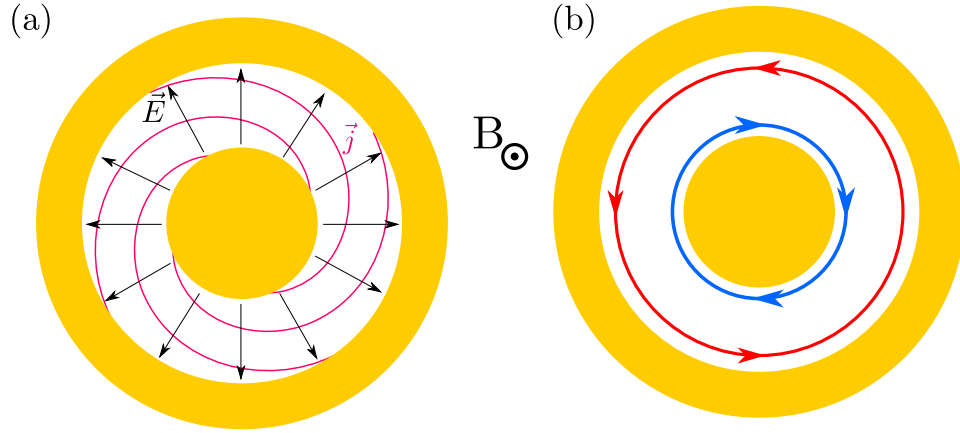
**Figura 2.3:** Esquema de perfil de potencial y energías de un sistema bajo efecto Hall cuántico. El centro del sistema resulta aislante en el bulk (estados llenos centrales). El potencial de confinamiento resulta en un crecimiento en los laterales, para aquellos estados en los niveles de Fermi tendremos estados metálicos (conductores), que resultan en los canales de borde. (a) estado base, sólo se representa un nivel, con potencial de confinamiento. (b) Se suma un potencial dependiente de la coordenada  $X$  que levanta la energía. (c) Dadas las características del sistema, éste puede presentar fluctuaciones suaves en el potencial y resultar en el mismo efecto. Finalmente la figura (d) incluye varios niveles, el potencial de confinamiento y un potencial dependiente de la coordenada  $X$ , compatible en este caso con un factor de llenado  $\nu = 3$ , que resulta en tres canales de borde. Figura adaptada de Tong [36], Beenakker and van Houten [40].

de Landau, pero con estados que se mueven a la velocidad de deriva

$$v_y = -(1/eB)(\partial V/\partial x). \quad (2.10)$$

Cada función de onda con momento cristalino  $k$  tiene una posición distinta  $x = -k\ell_B^2$  y una velocidad de deriva diferente. A cada lado de la muestra la derivada tiene signo opuesto por lo cual los modos viajan en direcciones contrarias (quirales), llegando entonces a la noción de canales de borde. Este tipo de fenómeno direccional y que sólo puede darse en los bordes, es recurrente en los aislantes topológicos.

¿Qué sucede si se aplica una diferencia de potencial cambiando el potencial químico? En el estado Hall, todos los estados de la banda están llenos, como se muestra en la Fig. 2.3(a), y el bulk resulta ser un aislante, pero los bordes tienen estados metálicos. Para considerar la corriente se introduce la diferencia de potencial  $\Delta\mu$ , que afecta cada lado como se muestra en la Fig. 2.3(b). Es decir, el potencial eléctrico “tuerce” el potencial en los bordes y se llenan más estados a un lado que al otro. Se calcula la corriente sumando el aporte de todos los estados ocupados, que en este caso equivale a integrar en  $x$



**Figura 2.4:** La geometría de anillo Corbino presenta algunas diferencias con la configuración de la barra Hall. Aquí el campo eléctrico se vuelve radial y las corrientes tienen componentes radiales y azimutales. Una vez que se alcanza el gap, se espera obtener un sistema aislado donde  $\sigma_{xx} = 0$ , teniendo canales de borde compatibles con el campo magnético dado.

$$I_y = -\frac{e}{2\pi} \int v_y(k) dk = -\frac{e}{2\pi \ell_B^2} \frac{1}{eB} \int \frac{\partial V}{\partial x} dx = \frac{e}{2\pi \hbar} \Delta\mu \quad (2.11)$$

y la tensión Hall es  $eV_H = \Delta\mu$  de la cual se obtiene conductividad Hall

$$\sigma_{xy} = \frac{I_y}{V_H} = \frac{e^2}{h} \quad (2.12)$$

que resulta ser la conductividad para un único nivel. Obsérvese que sólo pedimos que el potencial sea suave, por lo cual este cálculo es válido también para potenciales como el de la Fig. 2.3(c).

En el caso que tengamos  $n$  niveles llenos, basta que el nivel de Fermi esté en el gap y cada nivel aportará a la conductividad total, resultando en  $\nu$  modos quirales en cada lado y tendremos la conductancia esperada

$$G_{xy} = \sigma_{xy} = \nu(e^2/h) \quad (2.13)$$

### 2.1.3. Geometría Corbino

La geometría Corbino es simplemente un anillo con un contacto ohmico interno y otro externo, como se muestra en la Fig. 2.4.

En esta configuración sólo podemos acceder a la conductancia “longitudinal” del dispositivo que en este caso es radial. A diferencia de la barra Hall en esta configuración no es posible medir la conductancia Hall, no podemos acceder a los plateaux. La diferencia de potencial entre contactos en la configuración clásica es  $\sigma_{xx} = \ln(r_o/r_i)/(2\pi V)$ , donde  $r_{o,i}$  representa el radio interno y externo del Corbino.

Una vez que se alcanza el estado QH los canales de borde nuevamente se desarrollan cuando los niveles de Landau están llenos. La muestra se vuelve completamente aislante y por lo tanto su conductancia se anula, como se muestra en la Fig. 2.4(b). Este comportamiento tendrá gran impacto en las mediciones experimentales.

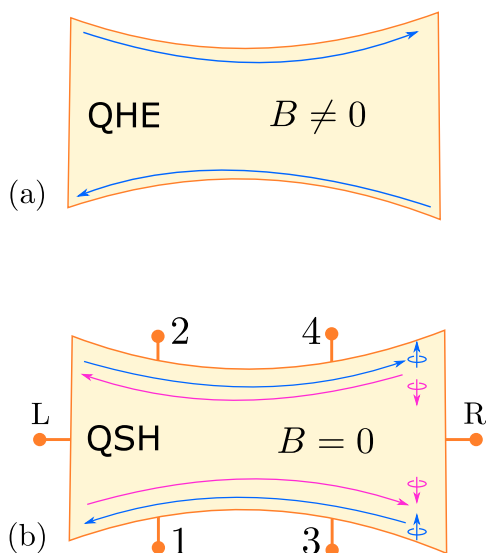
## 2.2. Efecto Hall cuántico de espín, aislantes topológicos 2D

Para poder estudiar el problema termoeléctrico bajo condiciones QH es necesario utilizar el formalismo de transporte cuántico en el régimen lineal, que será discutido en la siguiente sección. Teniendo en cuenta esta necesidad se planteó un problema que presenta propiedades de transporte y termoeléctricas de similares características, como el sistema Hall cuántico de espín (QSH) en aisladores topológicos bidimensionales (2D-TI).

Los 2D-TI estarán presentes en el futuro de la metrología. Trabajos recientes del grupo de metrología cuántica eléctrica en PTB (Physikalisch-Technische Bundesanstalt) y del grupo de Molenkamp han demostrado la universalidad del efecto aplicando metrología de vanguardia al sistema  $V_{0.1}(\text{Bi}_{0.21}\text{Sb}_{0.79})_{1.9}\text{Te}_3$  [9].

Al igual que el estado Hall cuántico, el QSH es un estado topológico de la materia.

Los compuestos que presentan QSH son aislantes normales en volumen ya que presentan un gap entre la banda de valencia y conducción, pero en sus fronteras tienen estados de borde que cruzan el gap y están protegidos topológicamente y por lo tanto son inmunes a impurezas y a la geometría de los dispositivos. Estos estados se dan de a pares contra-propagantes helicoidales denominados *pares de Kramer* [10, 12, 13, 41–44], como se muestra en la Fig. 2.5.

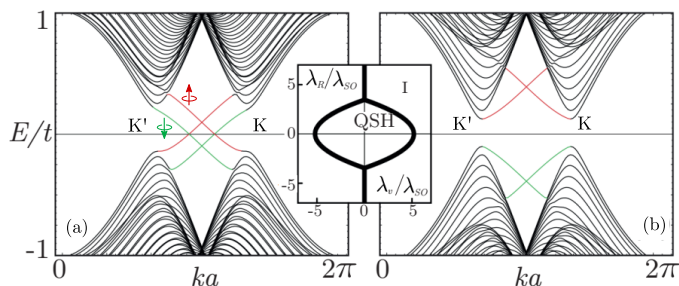


**Figura 2.5:** En (a) se presenta un esquema de los canales de borde del estado Hall cuántico que requiere un campo magnético externo  $B$ . En este caso cada canal viaja sin resistencia (no hay backscattering) en direcciones opuestas separados por el centro aislante del dispositivo. En (b) se esquematiza el estado Hall cuántico de espín, que no requiere un campo magnético y también tiene una zona aislante que separa los pares de canales de conducción de Kramer, donde cada par tiene una dirección y espín definidos. La geometría no afecta el comportamiento de los canales, por esto se los esquematiza con una forma arbitraria en la figura.

Ejemplos de compuestos que presentan este efecto son las heteroestructuras de  $\text{MnBi}_2\text{Te}_4/\text{Bi}_2\text{Te}_3$  y los pozos cuánticos de  $\text{CdTe}/\text{HgTe}$  [11–13, 42].

Los pares de Kramer son corrientes de espín opuesto contrapropagantes y, al igual que en el caso de QHE, estos canales no interactúan a menos que se los obligue por medio de un sistema externo<sup>6</sup>. A diferencia del QHE, en el efecto QSH no se requiere la aplicación de campos magnéticos, ya que la particular estructura de bandas del sistema produce una secuencia de estados que dan como resultado el estado Hall de espín por construcción de la heteroestructura. En general los sistemas topológicos se dan en aquellos casos donde los estados de borde tienen cruces entre las bandas de energía del compuesto, como se muestra en la Fig. 2.6(a), mientras que en volumen tiene bandas bien diferenciadas y por lo tanto resulta aislante para energías donde el nivel de Fermi está en el gap de energía como se muestra en Fig. 2.6(b).

**Figura 2.6:** Esquema de cruce de bandas de canales de borde. (a) Dos estados por banda tienen cruces, se indica en color aquellos estados que poseen el mismo espín, que resultan en canales de borde. (b) Corresponde al bulk del sistema, donde es evidente que resulta ser aislante cuando el nivel de Fermi esté en la zona del gap. Adaptado de [10].



El comportamiento de los TI fue propuesto primero por Kane y Mele en un modelo de prueba en la red de grafeno [10, 45]. Luego Bernevig y colaboradores [12] propusieron modelos más realistas para predecir el estado encontrado en HgTe/CdTe por el grupo de Molenkamp [42]. A partir de estos modelos se pueden explicar las principales características de estos sistemas como son los pares de canales de borde de espín protegidos topológicamente, con un volumen aislante. En el apéndice C se presenta un breve desarrollo del modelo.

### 2.3. Efectos termoeléctricos en sistemas cuánticos

El uso de efectos termoeléctricos surgen naturalmente en la generación de mecanismos de refrigeración, y su uso es extensible a mecanismos de generación eléctrica basados en diferencias térmicas. Estudiar estos fenómenos en el estado Hall cuántico es una tarea especialmente difícil y fue estudiado en varios trabajos previos [46–52]. Sin embargo, los resultados obtenidos presentaban algunos problemas de consistencia e interpretación, como fue señalado por Barlas and Yang [18]. El uso de dispositivos con forma de barra Hall (ver 2.1) tienen problemas intrínsecos debido a su geometría. Cuando se generan diferencias de temperatura entre un lado y otro realizan mediciones termoeléctricas en una barra Hall se mezclan las componentes de tensión longitudinal y transversal resultando que los gradientes de potencial eléctrico y de

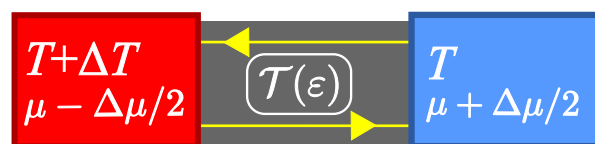
<sup>6</sup>Se puede encontrar información de interés en las páginas web de los grupos dedicados a este tema, por ejemplo <https://www.bernevig.com/> y [https://imprs-cpqm.mpg.de/93235/LP\\_Molenkamp](https://imprs-cpqm.mpg.de/93235/LP_Molenkamp)

temperatura no son paralelos. En el mismo trabajo los autores presentan una solución a este problema por medio del uso de una geometría de Corbino en forma de anillo (ver 2.4), gracias a la cual se impone el paralelismo de los gradientes mencionados. El trabajo de Barlas y Young se centra en el estudio de posible física no abeliana del estado Hall cuántico fraccionario del estado  $5/2$ . Este problema fue estudiado experimentalmente, en geometría de barra de Hall, por muchos grupos, por ejemplo Chickering et al. [46, 47], d'Ambrumenil and Morf [53], Melcer et al. [54], Miller et al. [55]. El enfoque de esta tesis se da en una dirección distinta, se utiliza el trabajo de Barlas y Young para producir nuevos métodos para determinar gradientes de temperatura y medir las propiedades térmicas y termoeléctricas en el régimen QH aprovechando la geometría de anillos de Corbino. Los resultados experimentales obtenidos indican que es posible utilizar los métodos desarrollados on-chip, abriendo la posibilidad de implementar sensores similares en estructuras más complejas.

Un concepto central que se utilizará a lo largo de este trabajo es el uso de una *función de transmisión*  $\mathcal{T}$ , como medio para modelar diferentes aspectos de los sistemas coherentes bajo estudio. Dado que el problema requiere el uso de termodinámica fuera del equilibrio, se utilizarán resultados conocidos de la teoría en respuesta lineal y las relaciones de reciprocidad de Onsager [56, 57]. Un resumen de la literatura relevante de esta área de estudio ha sido recopilada por Benenti et al. [58] y por Giazotto et al. [59], en este último el enfoque teórico está profundamente arraigado a ejemplos experimentales.

Se trabajará con sistemas de baja dimensión, gracias a lo cual es posible utilizar modelos de dos terminales con canales coherentes que conectan estos terminales, como se muestra en la Fig. 2.7. Este escenario es posible en el régimen cuántico a bajas temperaturas en sistemas tales como puntos cuánticos y también en aisladores topológicos, incluyendo el estado de Hall cuántico. En lo que sigue se discutirán las ideas principales de este enfoque teórico.

En respuesta lineal y para gradientes de temperatura  $\Delta T$  y de potenciales  $V = e\Delta\mu$  pe-



**Figura 2.7:** Vista esquemática de un sistema topológico con dos canales de borde quirales coherentes. También se incluye una posible diferencia de temperatura y potencial químico entre los contactos.

La configuración de diferencias de temperatura y potencial esquematizadas en la figura resultará en la generación de corrientes de carga y calor. Si el transporte es coherente el sistema puede describirse por *una* función de transmisión  $\mathcal{T}(\epsilon)$ .

queños, se pueden expresar las corrientes de carga (calor)  $J_{\text{el}(q)}$  como [58]

$$\begin{pmatrix} J_{\text{el}}/e \\ J_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathcal{L}_{11} & \mathcal{L}_{12} \\ \mathcal{L}_{21} & \mathcal{L}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} eV/kT \\ \Delta T/kT^2 \end{pmatrix} = \hat{\mathcal{L}} \begin{pmatrix} X_{\text{el}} \\ X_c \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

siendo  $\hat{\mathcal{L}}$  la matriz de Onsager, mientras que el vector-columna derecho contiene las llamadas fuerzas generalizadas. Aquí  $e$  es el cuanto de carga eléctrica,  $k$  es la constante de Boltzmann y  $T, T+\Delta T$  son las temperaturas definidas en los contactos. Se supone que los contactos óhmicos son sumideros y fuentes perfectos con los que el sistema termaliza. En configuraciones con simetría de inversión temporal rota, al introducir un campo magnético externo resulta  $\mathcal{L}_{ij}(B) = \mathcal{L}_{ji}(-B)$ . Esto conduce a la definición de las variables y relaciones termoeléctricas habituales:

- La conductancia eléctrica  $G = e^2 \mathcal{L}_{11}/T$
- La conductancia térmica  $\mathcal{K} = \det \hat{\mathcal{L}} / (T^2 \mathcal{L}_{11})$
- El coeficiente Seebeck  $S = \mathcal{L}_{12}/\mathcal{L}_{11}$
- El coeficiente Peltier  $\Pi = \mathcal{L}_{21}/\mathcal{L}_{11}$

Para el transporte balístico o difusivo  $\mathcal{L}_{ij}$  depende únicamente de la dinámica cuántica de los electrones en presencia del campo magnético y del desorden de la muestra. Estos se describen mediante una función de transmisión  $\mathcal{T}(\varepsilon)$ ,

$$\mathcal{L}_{ij} = -T \int \frac{\partial f(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} (\varepsilon - \mu)^{i+j-2} \mathcal{T}(\varepsilon) \frac{d\varepsilon}{h}, \quad (2.15)$$

donde  $f(\varepsilon) = 1/(e^{(\varepsilon-\mu)/kT} + 1)$  es la función de distribución de Fermi-Dirac,  $\mu$  es el potencial químico y  $T$  es la temperatura de los portadores.

A partir de 2.14 se puede escribir la tasa de la entropía  $\dot{S}$  como

$$\dot{S} = X_{\text{el}} J_{\text{el}} + X_c J_c = \mathcal{L}_{11} J_{\text{el}}^2 + \mathcal{L}_{22} J_c^2 + (\mathcal{L}_{12} + \mathcal{L}_{21}) J_{\text{el}} J_c > 0. \quad (2.16)$$

Esta cantidad debe ser mayor a cero dada la segunda ley de la termodinámica,  $\dot{S} \geq 0 \quad \forall X_{\text{el}}, X_c$ , y por lo tanto  $\mathcal{L}_{11}, \mathcal{L}_{22} > 0$ . Resulta entonces que debe cumplirse (ver sección 2.1 de [58])

$$\mathcal{L}_{11} > 0 \text{ y } \mathcal{L}_{22} \geq \frac{(\mathcal{L}_{12} + \mathcal{L}_{21})^2}{4\mathcal{L}_{11}} \geq 0, \det \hat{\mathcal{L}} > 0 \quad (2.17)$$

### Figura de mérito ZT

La eficiencia de un sistema en general se piensa como lo que se gana contra lo que es necesario invertir. En el caso de una máquina térmica esto es la potencia obtenida ( $> 0$ ) contra

la corriente de calor

$$\eta_{\text{termic}} = \frac{P}{J_{\text{el}}} = -\frac{\Delta\mu J_{\text{el}}}{e} \frac{1}{J_{\text{el}}} = -T X_{\text{el}} \frac{\mathcal{L}_{11} X_{\text{el}} + \mathcal{L}_{12} X_{\text{c}}}{\mathcal{L}_{21} X_{\text{el}} + \mathcal{L}_{12} X_{\text{c}}} \quad (2.18)$$

Si se quiere obtener la mejor eficiencia es necesario maximizar esta expresión. Para  $X_{\text{el}}$  a una  $X_{\text{c}}$  dada queda

$$X_{\text{el}} = -\frac{\mathcal{L}_{22}}{\mathcal{L}_{21}} \left( 1 - \sqrt{\det \hat{\mathcal{L}} / \mathcal{L}_{11} \mathcal{L}_{22}} \right) \quad (2.19)$$

$$\eta_{\text{termic}}(\text{max}) = \eta_{\text{C}} \frac{\sqrt{ZT + 1} - 1}{\sqrt{ZT + 1} + 1} \quad (2.20)$$

$$ZT = \frac{\mathcal{L}_{12} \mathcal{L}_{21}}{\det \hat{\mathcal{L}}} = \frac{\mathcal{L}_{12}^2}{\det \hat{\mathcal{L}}} = \frac{GS^2 T}{\mathcal{K}} \quad (2.21)$$

simetría de inversión temporal (válido en sistemas de dos terminales bajo respuesta lineal)

donde se usó la eficiencia de Carnot  $\eta_{\text{C}} = 1 - T_{\text{R}}/T_{\text{L}} = \Delta T/T$ , siendo  $T_{\text{L,R}}$  la temperatura de los reservorios, y se introdujo la figura de mérito  $ZT$  que es una variable adimensional. Una figura de mérito pequeña resulta en un sistema termoeléctrico pobre, la eficiencia del sistema es creciente con  $ZT$  y acotada por el límite de Carnot.

En el caso de un refrigerador se tiene que  $\eta_{\text{refri}} = J_{\text{c}}/P$ . En este caso la potencia y la corriente son negativas, ya que se extrae calor del reservorio frío y se utiliza potencia para lograrlo. La máxima eficiencia en este caso es  $\eta_{\text{refri}}^{\text{max}} = \eta_{\text{termic}}^{\text{max}}/\eta_{\text{C}}^2$ . A mayores figuras de mérito el material termoeléctrico tendrá mejores propiedades como refrigerador. La eficiencia a máxima potencia está acotada por  $\eta(P_{\text{max}}) \xrightarrow{ZT \rightarrow \infty} \eta_{\text{C}}/2$ .

En el siguiente capítulo se aplicará este formalismo a un aislante topológico. También se utilizará al estudiar el sistema Corbino como refrigerador en la sección 6.2.

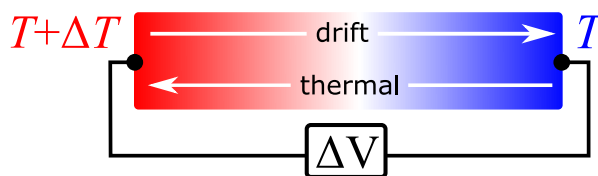
Es importante notar que todas las propiedades mencionadas quedaron definidas por el comportamiento de la función de transmisión  $\mathcal{T}$ . Como regla general, al buscar sistemas termoeléctricos óptimos se deben buscar sistemas que tengan una función de transmisión que cambie rápidamente dentro de la ventana de transporte relevante. Dicho comportamiento es consistente en la ruptura de la simetría partícula-hueco, condición necesaria para obtener  $\mathcal{L}_{12}, \mathcal{L}_{21} \neq 0$  y, consecuentemente, la conversión de calor en trabajo. Esta idea es importante a lo largo de la tesis, particularmente al estudiar la termoelectricidad en el estado Hall cuántico, la variación abrupta de la función de transmisión se obtiene a los lados del gap, ver capítulo 6.

## 2.4. Efecto Seebeck (termopotencia)

Si en la configuración anterior no se aplica una diferencia de potencial  $\Delta\mu$  y existe conversión de calor en trabajo, puede observarse el efecto Seebeck. Que es conocido fuera del régimen cuántico cuando a un circuito de dos metales disimiles es sometido a diferentes temperaturas en sus juntas, esta diferencia de temperatura resulta en una diferencia de tensión eléctrica. Esta tensión resulta ser sólo dependiente de la diferencia de temperatura entre las juntas. Actualmente este efecto se aprovecha regularmente en innumerables dispositivos como termopares o generadores termoeléctricos.<sup>7</sup>

Se considera el caso de un circuito metálico abierto como el esquematizado en la Fig. 2.8, cuyos extremos se mantienen a temperaturas distintas y están adosados a los terminales de un voltímetro ideal sin respuesta termoeléctrica. Al producir una diferencia de temperatura

**Figura 2.8:** Esquema del efecto Seebeck. Si se produce un gradiente de temperatura en un sistema abierto de tipo metálico, se inducen dos corrientes eléctricas que se cancelan mutuamente, una corriente de deriva  $I_d$  y una corriente térmica  $I_t$ . La corriente de deriva genera una acumulación de carga en los extremos del conductor, que resulta en una diferencia de potencial  $\Delta V$  que puede medirse en el voltímetro (ideal) esquematizado.



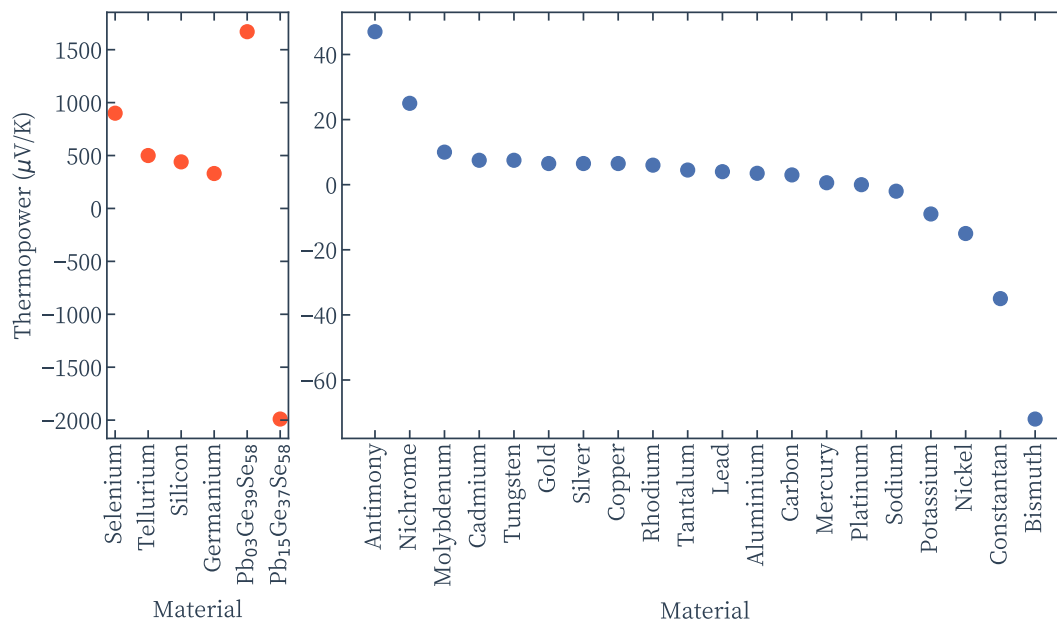
entre los extremos del sistema metálico se generará una corriente eléctrica térmica  $I_t$ . Si los portadores son electrones la dirección de la corriente térmica resulta ser como se esquematiza en la figura. El voltímetro incluido en el esquema se considera ideal – de impedancia infinita y sin efectos termoeléctricos –, de esta forma el sistema se mantiene abierto, entonces se acumula carga en los extremos del sistema metálico y se establece un campo eléctrico creciente. Esto da como resultado una segunda corriente de deriva eléctrica  $I_d$  que contrarresta la acumulación de carga, lo que da como resultado una corriente neta de flujo cero. El voltímetro ideal medirá la diferencia de potencial  $\Delta V$  del campo eléctrico que se ha producido.

Si las temperaturas son pequeñas podemos aproximar el efecto por

$$\Delta V = V_{tp} = -S (T_{\text{hot}} - T_{\text{cold}}) = -\frac{\mathcal{L}_{12}}{\mathcal{L}_{11}} \frac{\Delta T}{T}, \quad (2.22)$$

donde se ha utilizado la ecuación 2.15 para relacionar la termopotencia  $S$  –característica del material– con los coeficientes de Onsager. Cabe destacar que la energía térmica depende de la carga, es decir, su signo mostrará los portadores dominantes del sistema. Los valores típicos

<sup>7</sup>La cantidad de publicaciones sobre nuevos materiales termoeléctricos aumenta constantemente como se muestra en la figura 9 de Cai et al. [60], lo mismo sucede con las patentes otorgadas a este tipo de dispositivos y materiales.



**Figura 2.9:** Valores típicos de termopotencia para un conjunto de metales en relación con el valor del platino,  $5 \mu\text{V K}^{-1}$ . El gráfico de la **izquierda** tiene una escala muy diferente porque los materiales semiconductores suelen presentar un coeficiente mucho más alto. Se han incluido algunos compuestos seleccionados. Los datos aquí presentados son a temperatura ambiente y fueron tomados de Rowe [61].

de diferentes materiales se muestran en la Fig. 2.9.

En esta Tesis se analiza experimentalmente este efecto a temperaturas sub-kelvin y en un sistema bajo el efecto Hall cuántico. Trabajos previos han analizado el efecto en estructuras de barra Hall [46, 49, 51, 62]. A partir del trabajo de Barlas and Yang [18] queda claro que para estudiar los efectos termoeléctricos bajo el estado Hall cuántico es deseable utilizar una configuración de Corbino, donde los gradientes de temperatura y termovoltaje se vuelven naturalmente paralelos. Es necesario entonces encontrar métodos para producir el gradiente térmico (bias térmico), medirlo y luego medir los efectos termoeléctricos resultantes. Se discutirán estas mediciones en los capítulos 5 y 6.



# 3

## Termoelectricidad en estructuras de aislantes topológicos

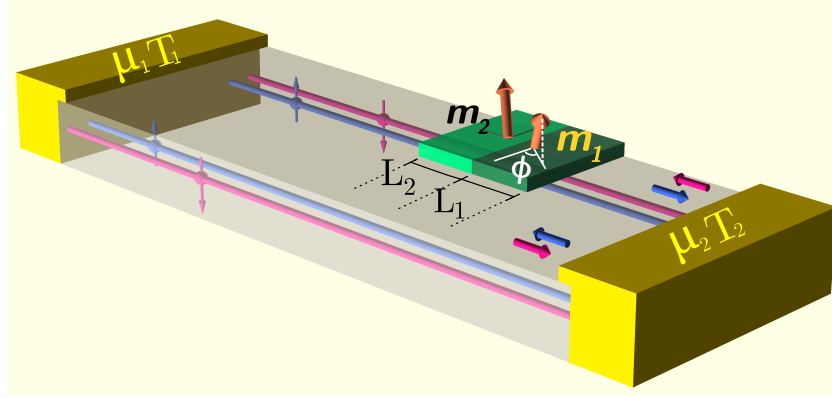
Para estudiar la teoría y generar las herramientas computacionales necesarias para el modelado de los sistemas termoelectricos bajo estado Hall cuántico, se planteó el problema del dispositivo que se muestra en la Fig. 3.1[23]. Este problema posee las propiedades generales de sistemas coherentes que se utilizarán luego para entender el comportamiento de las mediciones que se presentarán.

El sistema bajo estudio consiste en un aislador topológico 2D (2D-TI) que tiene dos contactos óhmicos a temperaturas  $T_1$ ,  $T_2$  y potenciales químicos  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ , como se muestra en la Fig. 3.1. Sobre la superficie a un lado del dispositivo se incluye una isla magnética que interactúa y afecta sólo a uno de los pares de estados del borde helicoidales del aislante topológico. A continuación se presentan los resultados para una isla, que contiene un sólo dominio magnético. El caso de dos islas y extensiones de este problema pueden encontrarse en [23, 63, 64].

La propiedad física relevante en este sistema es la componente finita de los momentos magnéticos perpendiculares a la dirección de la interacción espín-órbita del 2D-TI. Éste último define la polarización magnética de los estados de borde helicoidales. Sistemas similares fueron considerados por Silvestrov et al. [21] y Arrachea and von Oppen [19], además también es aplicable para producir superconductividad topológica [22].

Dado que el sistema bajo estudio es necesario considerar temperaturas de trabajo por debajo de 25 mK a fin de asegurar la completa cuantización del sistema.

La función de transmisión se obtiene a partir de resolver el Hamiltoniano de Dirac del sistema como en Gresta et al. [23], Bustos-Marún et al. [65], que para el caso de un único



**Figura 3.1:** Esquema del dispositivo bajo estudio, que consiste en un aislante topológico 2D con dos contactos óhmicos. En estos contactos se aplica una tensión de polarización  $eV = \mu_1 - \mu_2$  y también una diferencia de temperatura  $\Delta T = T_2 - T_1$ . Dos nano-imanes que tienen momentos  $\mathbf{m}_1$  y  $\mathbf{m}_2$  y longitudes  $L_1$  y  $L_2$  se colocan en la superficie del sistema, éstos interactuarán sólo con un par de estados de borde, esquematizados aquí en rosa y azul donde además se indican sus estados de espín y dirección. El par de Kramer al otro lado de la muestra no es afectado por los nano-imanes.

dominio magnético de longitud  $L$  y momento magnético  $\vec{m}$  resulta ser

$$\mathcal{T}(\varepsilon) = \frac{|\varepsilon_{\perp}^2 - \varepsilon^2|}{|\varepsilon_{\perp}^2 - \varepsilon^2| \cos^2 \lambda + \varepsilon^2 \sin^2 \lambda} \quad (3.1)$$

$$\lambda = \frac{L}{L_0} \sqrt{(\varepsilon/\varepsilon_{\perp})^2 - 1} = lr \quad (3.2)$$

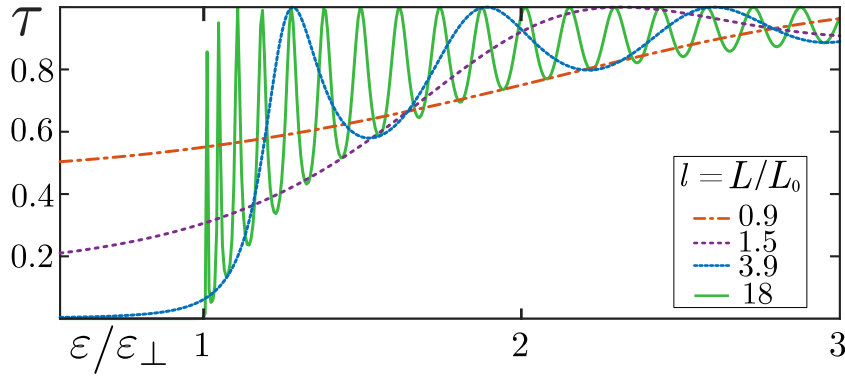
donde  $\varepsilon_{\perp} = Jm_{\perp}$ ,  $l = L/L_0$ ,  $L_0 = \hbar v_F/\varepsilon_{\perp}$  y  $r = \sqrt{(\varepsilon/\varepsilon_{\perp})^2 - 1}$ . Aquí  $\perp$  denota la dirección perpendicular a la dirección de polarización de los estados de borde y  $v_F$  es la velocidad de Fermi.

La función de transmisión posee dos características importantes:

- Solo depende de la proyección perpendicular del momento  $m_{\perp}$  respecto a la dirección de polarización de los estados helicoidales.
- Es simétrica con respecto a  $\varepsilon = 0$ , como consecuencia del acoplamiento efectivo entre los dos componentes del par de Kramer que resulta en la apertura de un gap en  $\pm\varepsilon_{\perp}$  si la isla magnética es lo suficientemente grande.

En la Fig. 3.2 se grafica la función de transmisión resultante para varias longitudes de la isla magnética en función de la energía normalizada por  $\varepsilon_{\perp}$ . Para islas pequeñas la amplitud del tunelaje es significativa, pero al incrementar su longitud tiende a parecerse una función escalón cerca de  $\varepsilon_{\perp}$ , se abre un gap y para  $\varepsilon > \varepsilon_{\perp}$  las oscilaciones se densifican a medida que se incrementa la longitud de la isla magnética.

Este tipo de comportamiento es interesante desde el punto de vista de la optimización de



**Figura 3.2:** Función de transmisión  $\mathcal{T}$  del sistema en función de la energía normalizada con  $\varepsilon_{\perp} = Jm_{\perp}$ , que determina la energía del gap para una isla magnética de longitud adecuada  $L$ . Las diferentes curvas corresponden a cambios en la relación  $l = L/L_0 = L/\hbar v_F/\varepsilon_{\perp}$ . Para relaciones superiores a 4 se obtiene un gap bien definido y las oscilaciones se vuelven relevantes. Las proporciones más altas dan como resultado oscilaciones más densas y estrechas. Cabe destacar que la función de transmisión es par respecto a cero y que sólo se grafican energías positivas.

transformación de calor en trabajo, ya que las funciones de transmisión tipo escalón o tipo delta son ideales en este sentido. Por otro lado, los coeficientes de Onsager  $\mathcal{L}_{ij}$  dependen de la temperatura, y si es lo suficientemente alta, la integración requerida por la eq. 2.15 suavizará las oscilaciones de la función de transmisión incluso hasta el punto en que no se obtenga ningún efecto termoeléctrico. Por esto es importante entender la relación entre la longitud de la isla magnética, que define finalmente la función de transmisión del sistema, con la temperatura  $T$  a utilizar. Este tipo de dependencia entre la temperatura y la función de transmisión relevante será un punto central al que se volverá más de una vez durante el transcurso de la tesis.

La función de transmisión obtenida para el sistema cumple que:

- $\mathcal{T}(\varepsilon_{\perp}) = (1 + l^2)^{-1}$
- $d\mathcal{T}/d\varepsilon|_{\varepsilon_{\perp}} = (2/3)l^4 (1 + l^2)^{-3} \xrightarrow{l \rightarrow \infty} 2/3$ .
- Presenta oscilaciones para  $\varepsilon > \varepsilon_{\perp}$ , que satisfacen

- ◊  $\text{máx } \mathcal{T}(\varepsilon_M) = 1$
- ◊  $\text{mín } \mathcal{T}(\varepsilon_m) = 1 - (\varepsilon_{\perp}/\varepsilon_m)^2$ .

Siendo  $\varepsilon_{\ell=\{m,M\}}^2 = \varepsilon_{\perp}^2 + (\pi a_{\ell} \hbar v_F / L)^2$  y donde  $a_{\ell=\{m,M\}} = \begin{cases} q, & \ell = m, q \in \mathbb{Z} \\ q/2, & \ell = M, q \in \mathbb{Z} \end{cases}$ .

La física relevante se producirá en energías cercanas al borde del gap, esto determina una temperatura de referencia  $T_0 = \varepsilon_{\perp}/k$ . Suponiendo una longitud de isla tal que exista un gap definido y oscilaciones, es posible pensar el comportamiento del sistema para distintos rangos de temperatura.

Existen tres regímenes principales de temperatura, en cada uno de ellos es posible utilizar funciones idealizadas que aproximan las características relevantes de la función de transmisión, ec. 3.1, a esa energía:

1. A temperaturas muy bajas, donde  $kT$  es menor que el ancho de los picos de  $\mathcal{T}(\varepsilon)$ , los efectos termoeléctricos serán similares a los de una función de transmisión *Lorentziana* que se puede escribir como

$$\mathcal{T}_{\text{Lorentziana}}(\varepsilon) = \sum_{n=1}^N \frac{\gamma_n^2}{\gamma_n^2 + (\varepsilon_n - \varepsilon)^2} \quad (3.3)$$

cada pico tendrá una energía central  $\varepsilon_n$  y un ancho  $2\gamma_n$ . Al incrementar la temperatura, eventualmente más de un pico pasa a incidir en los coeficientes de Onsager, y por lo tanto en la respuesta termoeléctrica.

2. Para temperaturas lo suficientemente altas, el sistema “no ve” las oscilaciones y actuará de forma similar a una función de transmisión tipo *Heaviside*, que puede escribirse como

$$\mathcal{T}^{\text{Heaviside}}(\varepsilon) = \Theta(\varepsilon - \varepsilon_0) \quad (3.4)$$

siendo aquí  $\varepsilon_0$  la energía del escalón.

3. Al aumentar incluso más la temperatura el sistema ahora “ve” el lado negativo de la energía – la función de transmisión es simétrica – entonces no basta con tomar una única función de Heaviside y se debe incluir su contraparte negativa, la transmisión aproximada será entonces

$$\mathcal{T}^{\text{well}}(\varepsilon) = \Theta(\varepsilon - \varepsilon_0) + \Theta(-\varepsilon - \varepsilon_0) \quad (3.5)$$

### 3.0.1. Potencia máxima y figura de mérito

Calculando los coeficientes de Onsager, se estudió luego la potencia  $P$  y la figura de mérito  $ZT$  definidas en la sección 2.3, ver [58]

$$ZT = \mathcal{L}_{12}\mathcal{L}_{21} / \det \hat{\mathcal{L}} \quad (3.6)$$

$$P = -\frac{\Delta\mu}{e} J_c \quad (3.7)$$

a partir de los resultados de las funciones idealizadas se pueden entender diferentes aspectos de los efectos termoeléctricos de los canales helicoidales del sistema.

La máxima potencia alcanzable por la máquina térmica para una dada diferencia de tem-

peratura  $\Delta T$  es

$$P_{\max} = \eta_C \frac{\mathcal{L}_{12}^2}{4\mathcal{L}_{11}} X_c = \eta_C \frac{\mathcal{L}_{12}^2}{4\mathcal{L}_{11}} \frac{\Delta T}{kT^2}$$

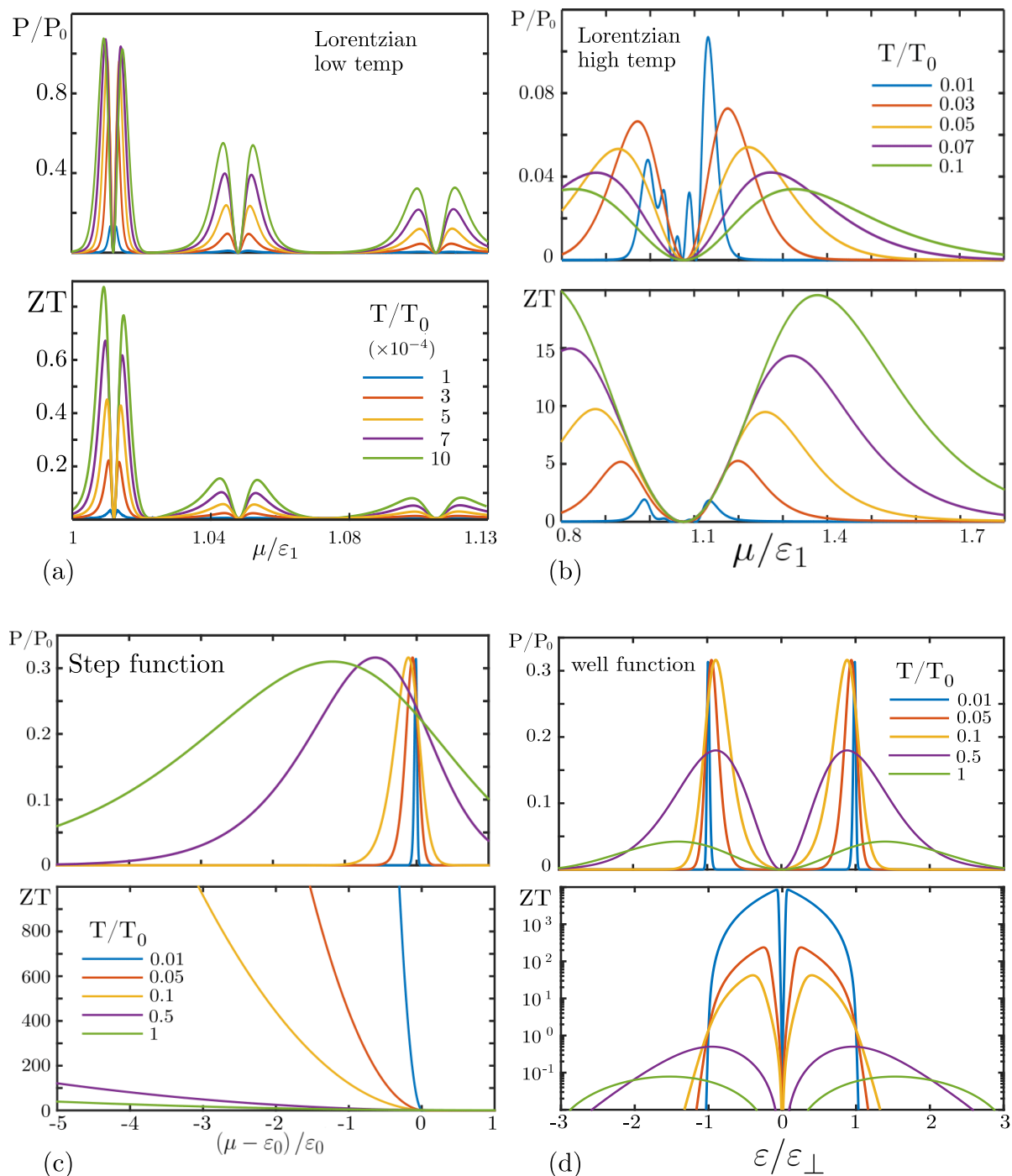
Para el régimen de temperatura más bajo y cuando el potencial químico está cerca de los picos, el sistema se comporta como si su función de transmisión fuese una Lorentziana. En la Fig. 3.3 (a) se muestran resultados para una función de transmisión construida como secuencia de Lorentzianas con características similares a los picos de  $\mathcal{T}(\varepsilon)$  de la Fig. 3.2. A esta temperatura los picos de  $\mathcal{T}$  se resuelven y tanto la potencia máxima  $P_{\max}$  como la figura de mérito  $ZT$  crecen con la temperatura. Se seleccionaron las posiciones de los picos de Lorentz para que sean compatibles con una isla magnética que tenga  $\ell = L/L_0 = 10$ .

Luego la temperatura alcanza un valor similar a la diferencia de energía entre los picos, por esto su efecto es promediado y más de un pico incide en el resultado obtenido. Temperaturas más altas implican efectos de promediado más significativos. Es por eso que se puede observar, por ejemplo, un comportamiento que presenta cierta estructura para  $T = 0,01T_0$  en la Fig. 3.3 (b) en la gráfica de potencia. Pero dicha estructura desaparece a temperaturas más altas.

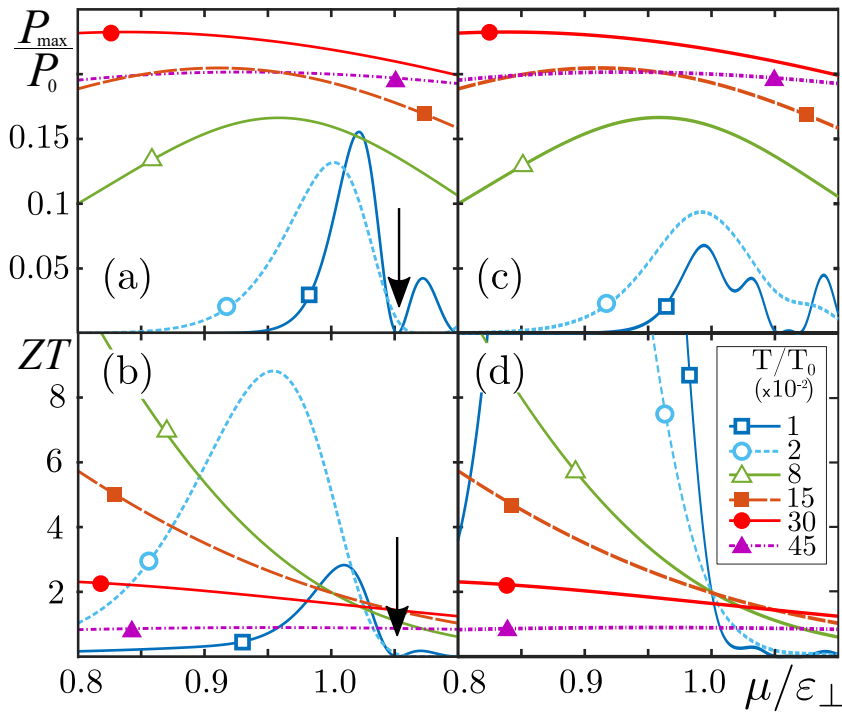
En el régimen de más alta temperatura, donde el promediado de picos es significativo, el sistema se comporta como una función de *Heaviside*. Una función de transmisión modelo, con características similares a las de la Fig. 3.2, se muestra en la Fig. 3.3 (c). El  $ZT$  cae a cero al llegar al escalón de energía por lo cual no sería posible lograr efectos termoeléctricos significativos en el sistema en esta región.

Finalmente para temperaturas aún más altas, es posible aproximar la  $\mathcal{T}$  por una función tipo pozo, aquí  $kT \approx 2\varepsilon_{\perp}$ . Una vez más, se obtiene un  $ZT$  significativo, pero esto sucede dentro del gap, mientras que la potencia utilizable cae a cero para las energías cercanas al cierre del gap. Para temperaturas más altas podemos obtener algo de potencia pero el  $ZT$  es pequeño y por lo tanto en esta situación los resultados no son prometedores.

Los resultados para el sistema de nanomagnetotransistor calculados con la función original  $\mathcal{T}(\varepsilon)$  de la Fig. 3.2 se muestra en la Fig. 3.4. Esa figura presenta resultados para dos longitudes del nanoimán  $L/L_0 = 10, 20$ . Las flechas corresponden a las posiciones de los máximos de la función de transmisión, allí tanto la potencia máxima como  $ZT$  se anulan para temperaturas lo suficientemente bajas como para resolver las oscilaciones, de la misma manera que se describió para la función lorentziana. Luego la temperatura (ventana de energía  $kT$ ) alcanza valores del orden de varios picos, por lo que el sistema se comporta como lo hizo cuando se consideraron varios picos lorentzianos. A esta temperatura, el sistema es casi independiente del tamaño de la isla y alcanza un máximo  $P_{max}$  centrado en  $\approx \varepsilon_{\perp} - \mu$  que es del orden de  $kT$ . El máximo



**Figura 3.3:** Potencia resultante y  $ZT$  para las funciones de transmisión idealizadas. (a) A temperaturas muy bajas  $\mathcal{T}(\varepsilon)$  del sistema en estudio se puede aproximar por una sucesión de funciones lorentzianas. Aquí se utilizan tres picos, definidos a partir de los primeros que se dan en el sistema QSH. (b) Lorentziana a temperaturas altas: cuando la temperatura supera la separación entre los picos lorentzianos la integración de los coeficientes de Onsager resulta en una convolución que abarca más de un pico por vez. Obsérvese el cambio de escalas entre cada uno de los gráficos, la temperatura de referencia viene dada por  $kT_0 = \varepsilon_1$ . (c) Función escalón: para temperaturas aún mayores, el sistema se comportará como una función escalón centrada en cero. (d) Función pozo: finalmente la escala de temperatura es tal que el lado negativo de energías se vuelve relevante y el sistema se comporta como una función de transmisión tipo pozo.

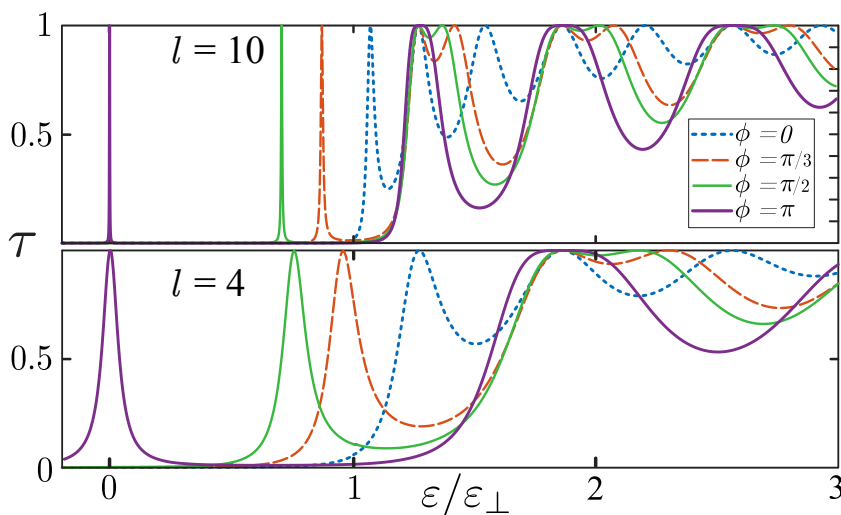


**Figura 3.4:** Potencia y figura de mérito  $ZT$  para el sistema de nanomagneto-TI. Los paneles a la izquierda corresponden a  $L/L_0 = 10$ , mientras que los de la derecha a  $L/L_0 = 20$ . La unidad de temperatura es  $kT_0 = \varepsilon_{\perp}$ , mientras que la potencia se normaliza en unidades de  $P_0 = (k\Delta T)^2/h$ .

obtiene un valor cercano a 0,  $28P_0$  cercano al 90 % del valor máximo alcanzable de 0,  $32P_0$ .

El paso natural es pensar luego en dos o más islas, no se realizará el desarrollo completo aquí, pero vale la pena mencionar que en el sistema de dos islas aparecen estados tipo resonancia centrados en energías dentro el gap, como se muestra en la Fig. 3.5. Esta es una característica interesante, tener tal estado en un gap permitiría efectos termoeléctricos altos [23].

A partir de este estudio Hajiloo et al. [63] estudiaron las corrientes de calor y carga en este sistema y sus posibles usos como dispositivos de refrigeración fuera del régimen de respuesta lineal. Se utilizarán resultados de ese trabajo cuando se discutan las posibles propiedades de enfriamiento termoeléctrico en dispositivos Corbino (ver 6.2).



**Figura 3.5:** Función de transmisión de un TI que tiene interacción con dos islas nanomagnéticas superiores de igual longitud. Aquí se presentan varios casos para diferentes ángulos de los momentos magnéticos de los nanoimanes. Correspondiente a  $L/L_0 = \ell = 10, 4$  para el panel superior e inferior respectivamente.

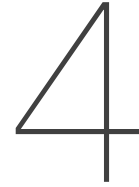
La discusión presentada en esta sección permitió analizar la función de transmisión que caracteriza el transporte coherente de electrones en una estructura que consiste en un par de estados de borde helicoidales, acoplados a una isla magnética cuyo momento magnético tiene un componente perpendicular a la dirección de la interacción de espín-órbita del TI. Comprender las características de la función de transmisión y el formalismo de transporte cuántico en régimen de respuesta lineal, permiten predecir y comprender la respuesta termoeléctrica del sistema. El sistema particular que se consideró aquí se parece, en muchos aspectos, al problema que se estudiará en los estados QH, como son los canales quiriales de borde y una apertura de gap.

La configuración de nanomagnet-TI tiene las condiciones necesarias para lograr termoelectricidad de alto rendimiento. La propiedad clave para que suceda es la apertura de un gap en el espectro de los bordes helicoidales con un fuerte aumento de la función de transmisión.

Según el rango de energía y la configuración de los dominios magnéticos, la función de transmisión resultante tiene características similares a las funciones tipo  $\theta$  y  $\delta$ , que se sabe son óptimas para la producción de alta potencia y figura de mérito, respectivamente, ver [58, 66–69].

Otra característica importante es el rango de operación, que está establecido por el espacio magnético  $\varepsilon_{\perp}$ . Dado el estado actual de los avances tecnológicos en 2D-TIs el sistema presentado puede ser construido y estudiado. Para un campo magnético efectivo de  $\sim 1,8\text{ T}$  a  $4\text{ T}$  generado por un nano-imán [70], se puede estimar  $\varepsilon_{\perp} \sim 0,1\text{ meV}$  a  $0,2\text{ meV}$ , correspondiente a las temperaturas de referencia  $T_0 \sim 1,2\text{ K}$  a  $2,4\text{ K}$ . Dado lo discutido, un dispositivo con una longitud de isla magnética de  $\sim 10(\varepsilon_{\perp}/\hbar v_F)$ , debería funcionar como motor térmico de alto rendimiento ( $\sim 75\%$  del límite óptimo) sobre generación de energía con figura de mérito  $ZT \gg 1$  para  $T < 0,5T_0$ . Tomando estimaciones para la velocidad de Fermi de los estados del borde helicoidal en pozos cuánticos de HgTe [42], se puede calcular que  $\hbar v_F \sim 0,9\text{ eV/nm}$ , resultando en longitudes de  $L_0 \sim 10\text{ }\mu\text{m}$  a  $20\text{ }\mu\text{m}$ . Estos parámetros están en el estado del arte de las realizaciones experimentales actuales, pero por el momento, no en el espectro de posibilidades locales, dadas principalmente por la restricción de los materiales de TI requeridos para producir estos dispositivos.

Al resolver este problema se obtuvo también un conjunto de programas y técnicas que serán aplicados posteriormente en los resultados de las mediciones realizadas.



## Dispositivos y sistemas criogénicos

La medición de efectos termoeléctricos en sistemas bajo estado Hall cuántico implica la generación de dispositivos complejos con sistemas de adquisición extremadamente sensibles y la utilización de grandes campos magnéticos y sistemas criogénicos para establecer las temperaturas requeridas para observar el efecto. El diseño y producción de muestras de trabajo adecuadas requirió el trabajo colaborativo entre INTI, la UNSAM, la CNEA, la ETH y el MPI. El testeo de estos dispositivos se realizó tanto a temperatura ambiente como en condiciones criogénicas en INTI y ETH. Finalmente las mediciones finales se realizaron en ETH por el autor con el Dr. W. Dietsche, utilizando muestras que fueron micro-procesadas en MPI.

Se presentarán a continuación los diferentes dispositivos, se discutirá por qué es necesario el uso de condiciones criogénicas en el rango del  $^3\text{He}$  condensado y se presentará una reseña de los sistemas criogénicos que permiten condensar ese gas.

### 4.1. Dispositivos

El objetivo de este estudio es analizar el transporte de carga y la respuesta termoeléctrica en un dispositivo en el estado de Hall cuántico con la geometría de Corbino. Ya se mencionó en la sección [?] que esta geometría presenta ventajas respecto de la de barras. En esta sección se discutirán aspectos técnicos referidos a la implementación del gradiente de temperaturas y la correspondiente medición de la respuesta termoeléctrica.

La respuesta termoeléctrica en dispositivos Corbino fue estudiada previamente por Kobayakawa et al. [71] para dispositivos con baja movilidad y utilizando sistemas de alta frecuencia, del orden de los 500 MHz, que aumentan considerablemente la complejidad del sistema

de generación y medición. También lo hicieron van Zalinge et al. [48] utilizando un láser para generar el gradiente térmico.

En el caso de esta tesis se decidió utilizar calentador central pequeño por fuera de la mesa del 2DES con el fin de emular un sistema de calefacción puntual y soportar una potencia suficiente para superar el poder de refrigeración de los crióstatos a utilizar. Se produjeron y probaron varios diseños, se utilizaron finalmente los que se muestran en las Figs. 4.1 (b)–(d).

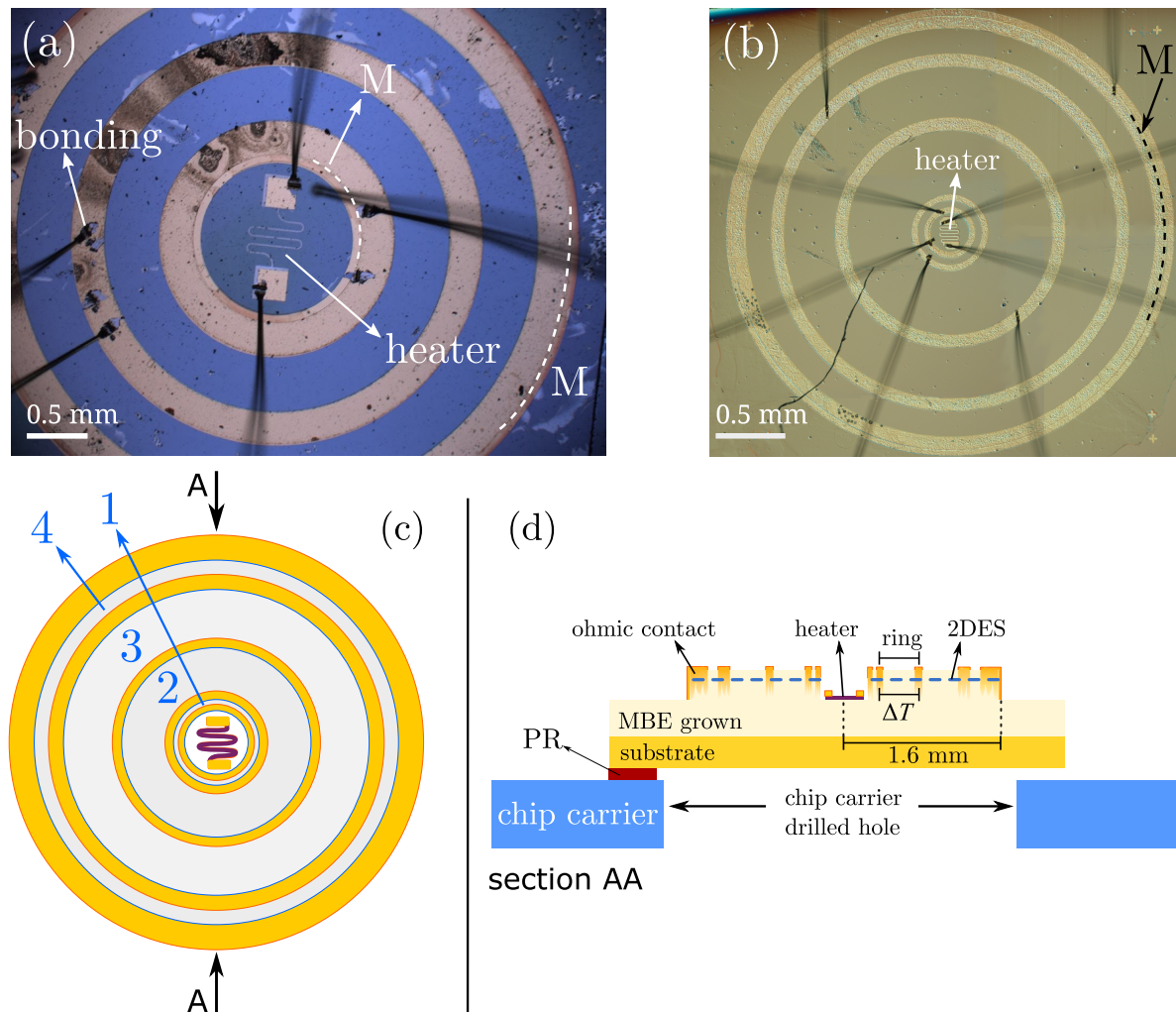
Todas las muestras fueron microprocesadas a partir de cristales crecidos por el grupo del Prof. Wegscheider (ETH-Zürich), usando crecimiento epitaxial por haz molecular (MBE) en obleas de GaAs que tienen un único 2DES por pozo cuántico de 30 nm de ancho con capas dopadas con Si (Si  $\delta$ -doping) a ambos lados.

Midiendo piezas de prueba cortadas de estas obleas, en una geometría de van der Pauw, se obtuvieron las movilidades y densidades de electrones. Las características de las muestras se detallan en el Apéndice B. En general se mostrarán resultados de la muestra F150709B, que presentó una movilidad  $\mu = 21 \times 10^6 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$  y una densidad electrónica de  $n_e = 3,06 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ , ambas medidas a 1,3 K en la oscuridad<sup>1</sup>. Estos resultados fueron posteriormente confirmados por mediciones de conductancia en dispositivos Corbino.

Cabe mencionar que este tipo de movilidades son realmente altas, pocos laboratorios tienen la capacidad para producirlos, y si la temperatura de trabajo se reduce más que en este trabajo, se podrían estudiar los estados de efecto Hall fraccionario. Tener movilidades altas tiene además otra consecuencia práctica, dado que la posición de los LLs tiene una dependencia lineal con el campo magnético, se logra alcanzar factores de llenado más bajos con campos magnéticos menores, reduciendo los tiempos de medición y los requerimientos del sistema de medición. Para dar un ejemplo comparativo, las muestras de GaAs destinadas a producir dispositivos con fines metrológicos (para la realización del ohm) se crecen con movilidades del orden de  $1 \times 10^5 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$  [28, 30, 34]. El objetivo de estos valores es incrementar el rango de campo magnético de cada plateau. Además se generan con densidades aproximadas de  $10 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  que resultan en factores de llenado  $n = 2$  (utilizado en calibraciones) para campos entre 7 T y 10 T con amplitudes del orden del tesla.

El dispositivo que se muestra en la Fig. 4.1 (a) fue microprocesado en INTI y en la Comisión Nacional de Energía Atómica (CNEA). Esta configuración es similar a la generación final de muestras que se realizó. Se produjeron y estudiaron otros enfoques, como el uso de anillos óhmicos muy delgados y muchos más anillos de Corbino en el mismo dispositivo. A partir de las medidas y los dispositivos iniciales, se evaluaron y corrigieron varios problemas, por

<sup>1</sup>Los resultados dependen en general de la iluminación de la muestra, ver datos obtenidos en el Apéndice B. Iluminar la muestra –generalmente con un led rojo– permite un movimiento electrónico extra que pasiva algunas impurezas y también permite su migración al pozo cuántico de la muestra, aumentando aún más la movilidad.



**Figura 4.1:** Configuración del dispositivo Corbino. Micrografía (a) correspondiente a uno de los dispositivos iniciales desarrollados. Se indican el calentador y los bordes de la meseta (M). Este dispositivo tiene solo tres anillos Corbino y por lo tanto cuatro contactos óhmicos. (b) Micrografía de la generación final de dispositivos, estos son los que se usaron en las mediciones. Nuevamente se indican tanto el calentador central como el borde de la meseta (M). La diferencia de color entre ellos es producto de una diferencia en la iluminación y los filtros utilizados para tomar la imagen. Las líneas oscuras en (a) y (b) son los hilos de oro de conexión eléctrica de las muestras. (c) Vista esquemática superior del dispositivo que se muestra en (b). Cada dispositivo tiene cinco contactos óhmicos concéntricos (amarillos) en la meseta, definiendo cuatro anillos Corbino enumerados del 1 al 4 de adentro hacia afuera. (d) Vista transversal sobre el corte AA indicado en (c). Se representa la difusión de los contactos óhmicos metálicos hasta la zona de inversión. El calentador está fuera de la meseta, la región activa, donde se desarrolla el 2DES. Se perforaron los soportes para evitar un posible enfriamiento en regiones no deseadas del dispositivo. El anclaje mecánico de la muestra se produjo mediante fotorresistencia.

ejemplo resistencias de contacto, composición del calentador, resistencia del calentador, problemas de adhesión en la sección central de la muestra, entre otros. Se incluye esta imagen por su contraste entre los contactos óhmicos y los anillos de Corbino. También se puede ver que hay un contacto eléctrico levantado, las muestras iniciales a veces presentaban este problema, que se corrigió aumentando la última metalización de oro a aproximadamente 200 nm.

La muestra en Fig. 4.1 (b) fue procesada en MPI-Stuttgart e incluye mejoras tomadas de los diseños iniciales, por ejemplo en este caso los anillos interior y exterior (1, 4 respectivamente) son mucho más pequeños que los centrales (anillos 3 y 4) y están destinados a las mediciones de temperatura que se discutirán en la sección 5.6. Por otra parte los dos anillos intermedios son de mayor tamaño y su fin son las las mediciones de termovoltaje.

La imagen de la sección transversal detalla cómo se montaron las muestras en los porta muestras. Estos son soportes de cerámica estándar, ver apéndice A. Con el objetivo de reducir el contacto térmico de la muestra con el porta muestra se hicieron orificios centrados en el porta muestra, principalmente para el caso de medidas en sistemas de dedo frío. Estos orificios son lo suficientemente grandes como para cubrir el área de los Corbinos. Los dispositivos se pegaron sólo en una arista usando foto-resina (PR), con esto se buscó reducir tanto como fuera posible la conducción térmica desde el soporte.

El microprocesamiento de las muestras se describe en el apéndice A. Se utilizaron procesos fotolitográficos estándar de tecnología de película delgada para definir el sistema y los contactos. La meseta se definió mediante grabado húmedo, seguido de la metalización eutéctica Au-Ge-Ni de los contactos óhmicos, que requiere posteriormente un recocido optimizado para producir la migración de los metales a la muestra. En un paso posterior se produjo un calentador central de película delgada utilizando una mezcla de Au-Pd. Finalmente se incluyó una metalización final de Au en la terminación del calentador y los contactos óhmicos de Corbino con el fin de mejorar la adhesión del "bonding" de conexión eléctrica.

## 4.2. Sistemas criogénicos

La necesidad de utilizar sistemas criogénicos proviene del hecho que producir el QHE en las heteroestructuras requiere que el sistema electrónico esté en su estado fundamental, garantizando que el 2DES no tenga efectos en paralelo fuera del estado QH. Aplicando un cálculo simple basado en la ecuación 2.1 queda claro que  $\Delta\varepsilon = \hbar e B / [2(0,067m_e)k] \approx 10$  K, para un campo magnético  $B = 1$  T . Alcanzar temperaturas inferiores a 1 K permitirá resolver las mediciones de gradientes térmicos. Estas temperaturas son mucho menores que el gap entre niveles de Landau consecutivos, gracias a lo cual es posible modelar por funciones de transmisión basadas en mediciones de conductancia las respuestas termoeléctricas del sistema (ver

el capítulo 6).

Todas las mediciones se realizaron en sistemas criogénicos de  $^3\text{He}$ , con crióstatos que permiten alcanzar temperaturas de 250 mK a 300 mK, dependiendo de la carga calorífica y las características de transmisión térmica de la sonda. Dichos sistemas tienen varias secciones, cada una destinada a minimizar la transmisión de calor al espacio de la muestra, ver Fig. 4.2[72].

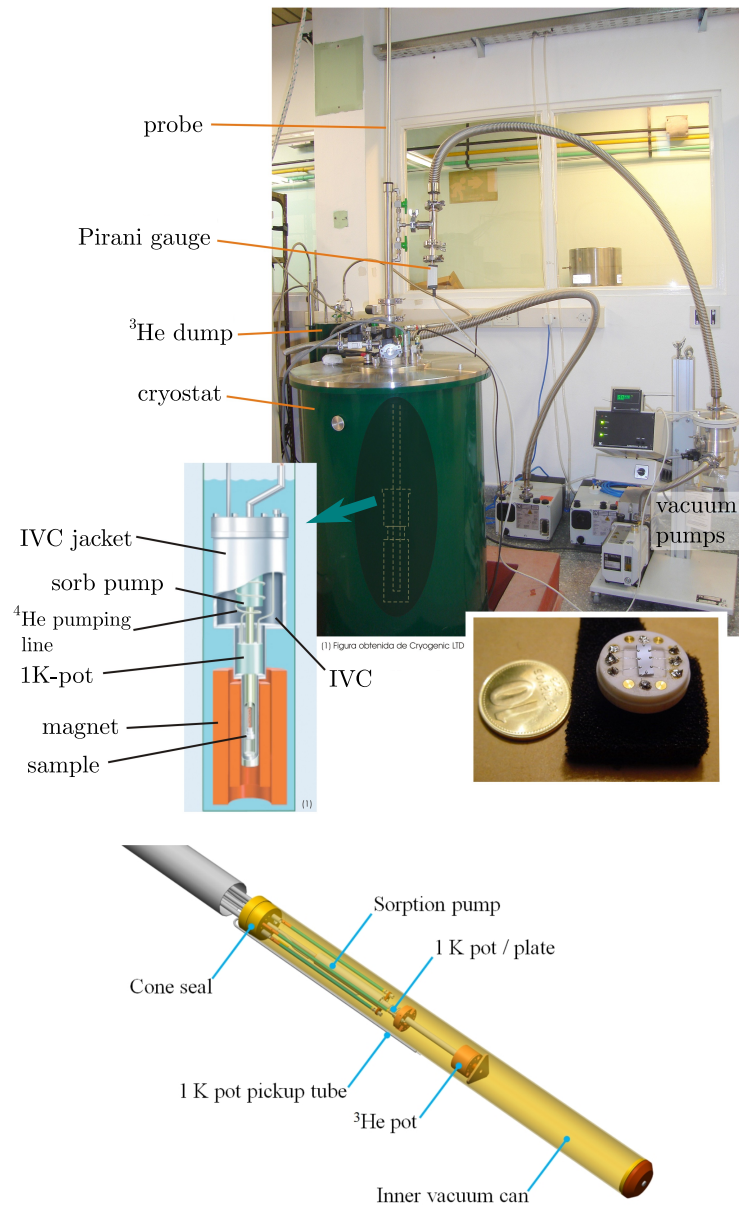
Los sistemas utilizados presentan un espacio de vacío exterior y un escudo de radiación de mylar. En la parte superior incluyen un reservorio de nitrógeno líquido (77 K) con el fin de reducir el gradiente térmico hacia el siguiente reservorio, de helio líquido (4,2 K). Este último alberga un imán superconductor 14 T.

INTI tiene un sistema húmedo, lo que significa que el  $^3\text{He}$  que condensa baña la región de la muestra (ver figura), este isótopo se encuentra en ciclo cerrado, es enfriado bombeando helio líquido a través del llamado 1K-pot que está en contacto térmico con la región del  $^3\text{He}$ . Así se enfría este último que finalmente condensa cuando en una última etapa se adsorbe con una sorb-pump (carbón activado) parte de este gas y se reduce la presión, condensando y alcanzando la temperatura base del sistema.

Por su parte el sistema de ETH es un sistema seco, que posee un dedo frío metálico donde se alojan las muestras en vacío. El enfriamiento de los dispositivos es producido por conducción. Este dedo frío está conectado a un circuito de condensación de  $^3\text{He}$  en circuito cerrado contenido en el inserto, que al licuar el isótopo enfría entonces la sección del dedo frío. El proceso de enfriado es como el descrito para el caso del INTI.

Este principio de funcionamiento significa que los sistemas son de único uso, “one shot”, ya que una vez que se produce la condensación del  $^3\text{He}$  el tiempo de trabajo queda supeditado al tiempo que este elemento permanece en estado líquido. Eventualmente el sistema volverá a la fase gaseosa luego de algunas horas y el proceso de enfriado debe ser repetido, esto impone una limitación importante en el tiempo de medición, cabe destacar que muchas de las mediciones realizadas requirieron una o más recondensaciones intermedias. En el caso del INTI, el proceso de enfriado demora algunas horas y, dadas las características del sistema, es manual. Mientras tanto, el sistema de ETH puede ser controlado a distancia, por lo que si el sistema se calienta durante un proceso de medición es posible pausarlo, recondensar el  $^3\text{He}$  y luego continuar con la medición, otorgando grandes ventajas en los tiempos de uso y posibilidades de medición. Esta automatización resultó importante para poder generar mediciones de alta resolución y también las de calibración de temperatura, en ambos casos requiriendo períodos de medición extensos.

El control y medición de temperatura de las diferentes regiones de los sistemas criogénicos es crucial durante las etapas de enfriado y de uso. Es por esto que se incluyen varios transductores térmicos, los que más interesan son los termómetros Cernox<sup>tm</sup>. Éstos suelen ser utilizados para



**Figura 4.2:** Esquemas de dos sistemas criogénicos  $^3\text{He}$ , ambos se basan en la condensación de este isótopo fermiónico de helio que, a las presiones de trabajo, se licúa a 0,3 K. *Superior:* Sistema criogénico de INTI, este es un sistema húmedo, lo que significa que la muestra bajo estudio se sumergirá en el líquido. Se muestra el imán y el 1K-pot (inserto de la imagen, reproducida del manual del sistema de Cryogenics Ltd.). En el recuadro inferior derecho se incluye una fotografía de una muestra tipo barra Hall, utilizada para mediciones metrológicas. *Abajo* Esquema del inserto del sistema ETH, que en este caso tiene una configuración de dedo frío. El  $^3\text{He}$  se condensa en ciclo cerrado en la región indicada como  $^3\text{He}$  pot, que enfriará por conducción los dispositivos conectados térmicamente a esta sección. Por lo tanto, las posibilidades de enfriamiento por conducción a la muestra provendrán del porta muestras y las conexiones eléctricas. Es por eso que incluimos un orificio en el soporte, para reducir el posible contacto con los dispositivos Corbino, como se explica en el texto. Toda la región indicada por “inner vacuum can” se mantiene en vacío (imagen reproducida del manual del sistema Oxford).

medir la región de la muestra, en ambos casos no están en contacto con la muestra; el sistema húmedo tiene uno en el fondo de la sección de condensación de  $^3\text{He}$ , mientras que el sistema seco (ETH) tiene uno en la región del dedo frío a pocos centímetros de la muestra. Los sensores Cernox<sup>tm</sup> son conocidos y están calibrados, para este trabajo se los usó para determinar la temperatura de las muestras y realizar la calibración de la medición de gradiente térmico 5.6, pero debe tenerse en cuenta que no están midiendo la temperatura sobre la muestra y además tienen incertidumbres típicas de  $\Delta T/T \approx 3\%$  a  $8\%$  [73–75].

Dependiendo del sistema pueden surgir algunos inconvenientes durante las mediciones, por ejemplo, en el caso del crióstato de sistema mojado de INTI, el líquido es un excelente sistema de enfriado y generar el gradiente puede ser complejo. Al aumentar la potencia del calefactor para contrarrestar el efecto de enfriado del líquido se pueden generar burbujas de gas en la superficie de la muestra resultando en un aumento dramático de la potencia de calefacción, sacando el sistema de régimen. Durante las mediciones en este sistema fue posible evitar estos problemas y el calentamiento fue lo suficientemente alto para lograr los efectos termoeléctricos deseados. Por otro lado, en el caso del sistema seco, las muestras se enfrían por conducción. El porta muestra se enfría a través de sus conexiones eléctricas que finalmente enfrían la muestra en conjunto con las conexiones térmicas que se hayan realizado a ésta, en particular a través de la fotoresina con la cual es pegada al porta muestras.

Finalmente, ambos sistemas tienen un cableado de pares trenzados similar para acceder eléctricamente a las muestras. Éstos están anclados a diferentes puntos críticos dentro de las sondas criogénicas, en particular al 1K-pot, minimizando así la conducción térmica hacia las muestras a través de ellos. La terminación de las sondas se realiza en cables y conectores de contactos múltiples, de blindaje simple y enchapados en oro, que luego se conectan externamente a cajas de conmutación coaxiales con terminales BNC. Estas cajas de conexión permiten interconectar mallas y conductores centrales a cualquier configuración de medida deseada, por ejemplo, permiten conectar a tierra todos los contactos de la muestra durante el descenso de la sonda criogénica.



# 5

## Conductancia y termovoltaje

Se presentan en este capítulo las mediciones de conductancia y termovoltajes realizadas. En el capítulo 6 las primeras serán usadas para generar modelos que expliquen los efectos termoeléctricos a partir de funciones de transmisión.

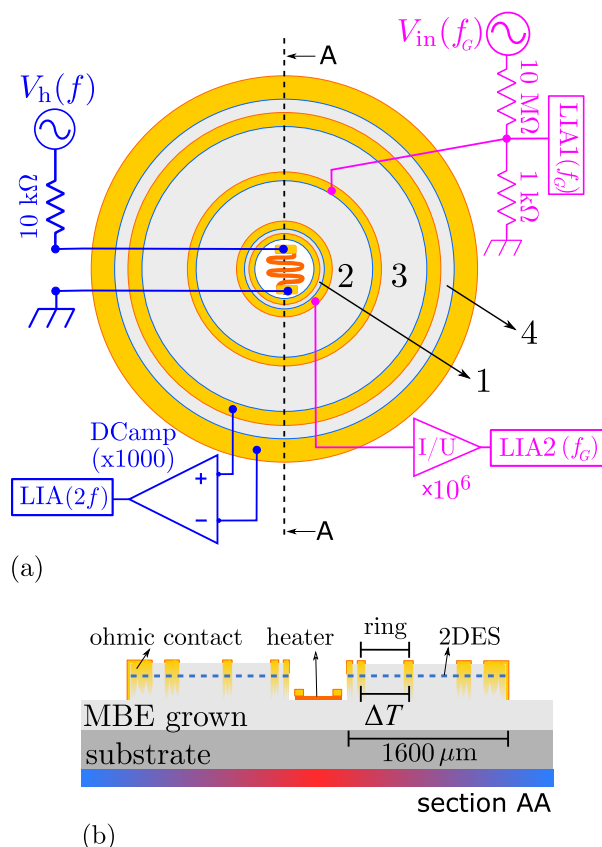
En el Departamento de Metrología Cuántica de INTI se hacen rutinariamente mediciones para la realización del ohm y la subsecuente disseminación en resistencia, que en general son en dc y con heteroestructuras de GaAs/AlGaAs con geometría tipo barra Hall. Sin embargo, en el caso de mediciones térmicas y termoeléctricas, cambiar a un enfoque en ac tiene varias ventajas experimentales, fundamentalmente en los tiempos y técnicas de medición.

Las pruebas iniciales en el INTI se realizaron utilizando muestras crecidas epitaxialmente por MBE en ETH y procesadas posteriormente en las facilidades de INTI y CNEA y finalmente testeadas y medidas en INTI. Las mediciones realizadas permitieron entender y corregir algunos inconvenientes en los esquemas de medición y en el diseño de las muestras, entre ellos la impedancia de los sistemas utilizados, tiempos de espera para la estabilización de campo magnético y las características del calentador. En este trabajo se presentarán principalmente mediciones realizadas en ETH, ya que éstas contemplaron todos los cambios y mejoras que se hicieron en el diseño de las muestras y el arreglo experimental.

Se discutirán a continuación tres tipos de mediciones principales:

- Mediciones de conductancia eléctrica del sistema.
- Mediciones de tensiones eléctricas resultantes del efecto termoeléctrico (diferencia de potencial termoeléctrica o termovoltaje).
- Mediciones de las diferencias de temperatura generadas en los dispositivos.

**Figura 5.1:** Esquema de un dispositivo donde se observan los diferentes anillos concéntricos. Cada uno actúa como un dispositivo Corbino independiente, se indica la numeración de anillos utilizada. (a) Configuración experimental: el esquema en azul está destinado a medir las tensiones termoeléctricas, en este caso del anillo 4. La configuración en magenta se utiliza para medir la conductancia de los dispositivos, en esta figura en particular del anillo 2. (b) Vista esquemática lateral del corte AA del dispositivo. El calentador resistivo central está fuera de la meseta e inducirá un calentamiento radial en las muestras, esquematizado en color rojo (caliente) y azul (frío).



## 5.1. Medición de conductancia

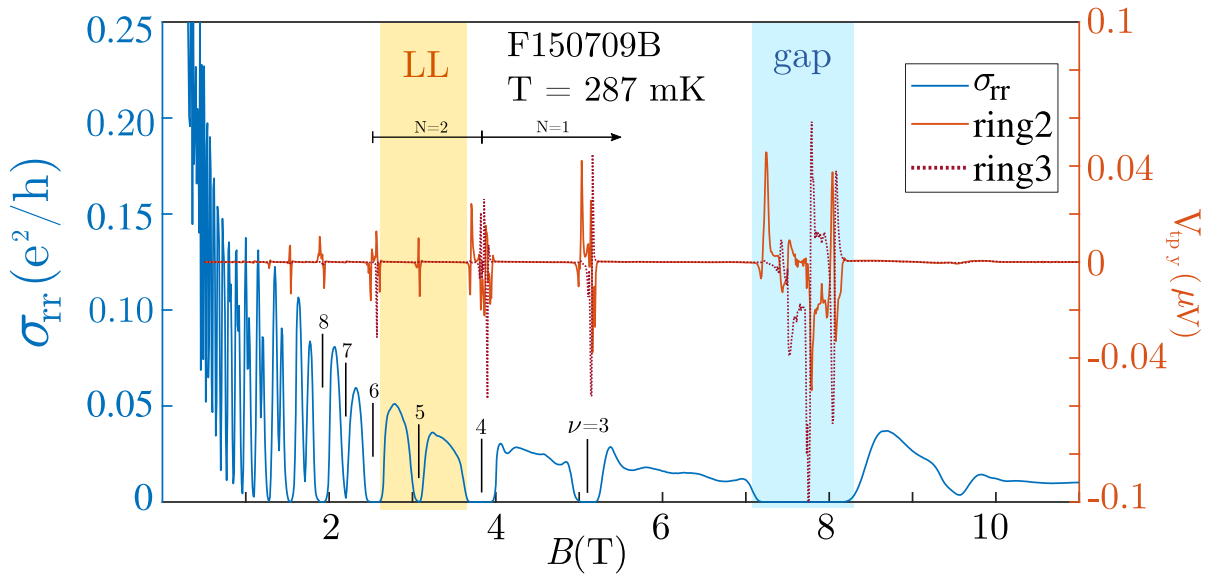
Las mediciones de conductancia se realizaron midiendo la circulación de corriente por el anillo de interés, como se esquematiza en magenta en la figura 5.1. Se aplicó una tensión de polarización a un contacto del anillo por medio de un divisor resistivo, alimentado con una tensión  $V_{in}(f_G)$  y se midió la corriente en el otro contacto óhmico utilizando un conversor-amplificador de corriente a tensión (I/U)<sup>1</sup> en conjunto con un lock-in (LIA2) anclado a la frecuencia de excitación  $f_G = 113\text{ Hz}$ . Resulta entonces que las componentes de conductancia  $G$  en fase ( $G_x$ ) y contrafase ( $G_y$ ) vienen dada por:

$$G_x = \frac{j_x V_x + j_y V_y}{V_x^2 + V_y^2} \quad (5.1)$$

$$G_y = \frac{j_y V_x - j_x V_y}{V_x^2 + V_y^2} \quad (5.2)$$

donde  $j_{x,y}$  es la corriente determinada por la medición del LIA2, y  $V_{x,y}$  la tensión de polarización medida por el LIA1 en la salida del divisor. En ambos casos  $x$  e  $y$  corresponden a la respuesta en fase y contrafase respecto a la señal de entrada del divisor  $V_{in}$ . La componente

<sup>1</sup>Este instrumento es un conversor y amplificador de corriente a tensión y cuenta con varios factores de amplificación. No es un instrumento comercial, algunas de sus características se detallan en el apéndice B.



**Figura 5.2:** Se da un resultado típico de medición. En este caso se midieron simultáneamente las respuestas de termovoltaje de dos anillos. La medida de conductancia se realizó en una segunda etapa, y corresponde a la conductancia del Corbino ring 2, que en este caso se presenta como conductividad del anillo normalizada a la constante de von Klitzing, definida como  $\sigma_{rr} = (2\pi)^{-1} \ln(r_2/r_1)G$  siendo  $r_{1,2}$  los radios interno y externo del dispositivo. Se muestran las diferentes etapas del sistema, inicialmente se observan las oscilaciones de SdH para  $B < 1$  T. Para campos más altos el sistema entra en el estado QH, y en la meseta  $\nu = 7$  se observa que el campo y la temperatura permiten resolver el spin splitting. Como referencia se indican los LL  $N = 2$  y  $1$ . Las configuraciones de medición son las indicadas en la Fig. 5.1.

resistiva de interés es  $G_x$ , mientras que  $G_y$  contiene efectos principalmente capacitivos del sistema de medición y del dispositivo, además es órdenes de magnitud menor, no se realizó un estudio exhaustivo de esta componente.

En la Fig. 5.2 se grafica en azul un ejemplo de la respuesta de la conductancia en función del campo magnético  $B$  para el anillo 2 de la muestra F150709B, en este caso en forma de conductividad normalizada por el cuanto de conductancia eléctrica. Se indican en esta figura las diferentes regiones de interés, los factores de llenado ( $\nu$ ) y el orden de los niveles ( $N$ ).

Se observa para campos pequeños una región de oscilaciones de Shubnikov de Haas (SdH), luego para  $B \sim 1$  T la energía es suficientemente alta para resolver el espín dentro de cada nivel (spin splitting), el sistema presenta regiones disipativas (LLs) y otras coherentes (gap) casi completamente desarrolladas. El campo (energía) a partir del cual se resuelven los lóbulos por espín es dependiente de la muestra y la temperatura de trabajo. Finalmente a partir de  $B \sim 2,1$  T se desarrolla completamente el gap alcanzando estados QH bien establecidos (conductancia nula). La figura incluye las respuestas termoelectricas, que serán discutidas en las secciones subsiguientes.

A lo largo del trabajo se presentarán mediciones principalmente de la región 0,5 T a 3 T, este rango aseguró que para las muestras utilizadas se desarrollarán todas las características termoelectricas tanto en los LLs como en el gap que se buscaron estudiar en este trabajo. Tam-

bién, porque cada una de las medidas realizadas requirieron mucho tiempo de adquisición. Por ejemplo, la Fig. 5.2 implicó realizar una medición nocturna para  $G$  y un día completo para  $V_{tp}$ , ambos anillos se midieron simultáneamente. Más allá de los 3 T, y dada la movilidad y densidad de carga de los dispositivos, se observan oscilaciones que provienen principalmente de FQHE, no resueltas a las temperaturas de trabajo, pero que implican un aumento de complejidad en las características de los fenómenos bajo estudio. Se decidió que en esta etapa de análisis éstos no serían incluidos, priorizando así los esfuerzos sobre la región donde el IQHE es dominante.

## 5.2. Medición de tensiones termoeléctricas

Las mediciones de tensiones termoeléctricas fueron realizadas utilizando una técnica propuesta por L. Molenkamp, et al. [49], que en ese trabajo se aplicó al problema termoeléctrico en un quantum point contact (QPC). En dicho trabajo se demuestra que es posible medir el termovoltaje midiendo la segunda armónica de la respuesta del sistema respecto a la frecuencia de excitación de un dispositivo de calefacción. Este es el motivo central por el cual se utilizan técnicas ac a lo largo de esta tesis para realizar las mediciones de termovoltajes.

Uno de los aspectos relevantes fue la generación de un bias térmico radial en los dispositivos Corbino. Para ello se incluyó un calefactor resistivo en el centro de un arreglo de Corbinos concéntricos, esquematizados en la Fig. 5.1. El calefactor central provee una potencia controlable aplicada al centro de la muestra y uno de sus lados es conectado a un baño de resistencia térmica cuasi-nula. Debido a la gran conductividad térmica de los sustratos el gradiente térmico para potencias razonables resulta ser pequeño, del orden de un par de decenas de mK, en el rango de temperaturas utilizadas de 0,25 K a 2 K.

Al aplicar una señal senoidal  $V_h(f)$  al calefactor resistivo central del dispositivo, ver Fig. 5.1, se genera una corriente  $I(t)$  de frecuencia  $f$ . La respuesta termoeléctrica es medida adquiriendo la diferencia de potencial mediante un amplificador lock-in (LIA), lockeado a la segunda armónica de la frecuencia de excitación del calentador,  $LIA(2f)$  (en azul en la misma figura).

La corriente del calentador se puede modelar como

$$I(t) = I_0 \sin(\Omega t + \varphi), \quad (5.3)$$

donde  $\Omega = 2\pi f$  y  $\varphi$  es una posible fase arbitraria aplicada. Por lo tanto la potencia  $P(t)$  viene dada por

$$P_{ac}(t) = \frac{RI_0^2}{2} [1 - \cos(2\Omega t + 2\varphi)] = \frac{P_{dc}}{2} [1 - \cos(2\Omega t + 2\varphi)], \quad (5.4)$$

donde  $R$  es la resistencia del calentador.

Se genera entonces una diferencia de temperatura entre la zona del calentador y el borde externo de la estructura, que tiene una componente constante y otra que oscila con frecuencia  $2f$ . Asumiendo que existe una relación lineal entre la potencia y el gradiente de temperatura  $\Delta T$ , se propone el siguiente comportamiento para este último

$$\Delta T(t) = \frac{(\Delta T)_0}{2} - (\Delta T)_2 \cos(2\Omega t + 2\varphi). \quad (5.5)$$

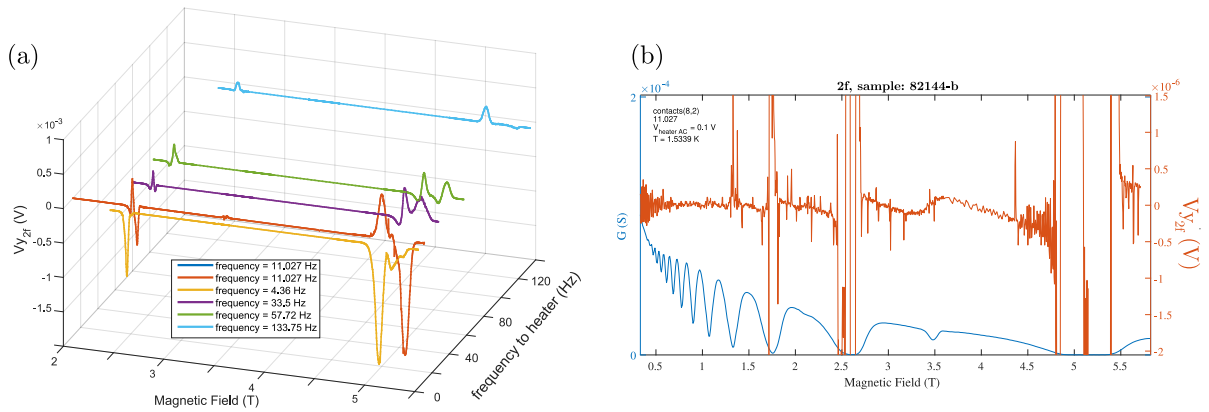
A frecuencias muy bajas y en condiciones ideales,  $(\Delta T)_2$  debería ser independiente de la frecuencia y del mismo orden que  $\frac{(\Delta T)_0}{2}$ . En consecuencia, el termovoltaje desarrollado tiene una componente constante y otra oscilante, de frecuencia  $2f$ , que podemos expresar como

$$V_{tp}(t) = V_{tp0} - V_{tp2} \cos(2\Omega t + 2\varphi). \quad (5.6)$$

La configuración experimental utilizada que se representa en la Fig. 5.1 en azul, está diseñada para medir la componente oscilante  $V_{tp2}$  (medición de segunda armónica). El coeficiente de Seebeck (termpotencia)  $S$  que relaciona el termovoltaje con  $\Delta T$  depende de los mecanismos microscópicos detrás de los procesos de transporte, como se discutió en la sección 2.3. Bajo respuesta lineal, se espera que esta cantidad sea la misma para las componentes constante y oscilante de  $\Delta T$  y  $V_{tp}$ . En este tipo de mediciones hay un desfase de  $3\pi/2 + \varphi$  entre las oscilaciones de la corriente inyectada y el termovoltaje dentro de los LLs, de acuerdo con las ecuaciones (5.3) y (5.6). En general los gráficos de tensiones termoeléctricas utilizarán la nomenclatura  $V_{tp}^y = V_{tp2}$  en los ejes. Se espera que la respuesta termoeléctrica en contrafase  $V_{tp}^x$  sea nula y se mostrará que este es el caso en los niveles de Landau, aunque no así en el gap.

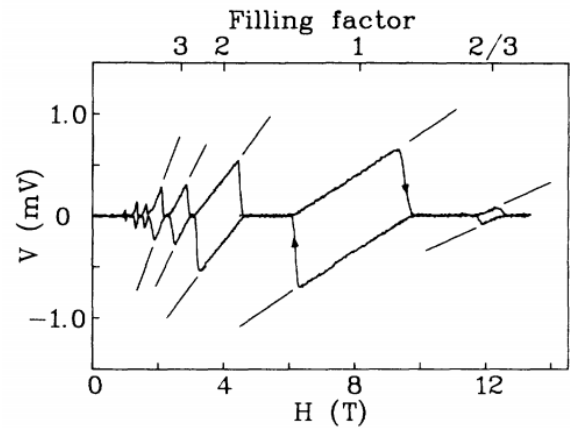
Desde el punto de vista técnico es importante elegir un rango de frecuencias adecuado para la medición termoeléctrica, para lo cual se estudiaron las respuestas a diferentes frecuencias. Se determinó un límite superior en  $f = 100$  Hz, es decir,  $2f = 200$  Hz, pues para frecuencias superiores se observó una reducción de la respuesta en tensión con la frecuencia. Por otro lado, el sistema criogénico de ETH presentó un inconveniente para frecuencias cercanas a 1,5 Hz. A esta frecuencia la capacidad de enfriado del sistema del dedo frío disminuye significativamente. Dadas estas dos cotas se decidió utilizar 13,838 Hz para las mediciones de termovoltaje, a fin de discernir cualquier efecto no deseado en las mediciones. Este rango de frecuencia corresponde a tiempos característicos de unos 36 ms, muy por debajo de los tiempos de relajación térmica  $1/f$  del sistema electrónico [46, 47, 76, 77]. Las medidas de conductancia ya presentadas no están restringidas por estos límites, en ellas la disipación de potencia adicional siempre fue insignificante.

En el régimen QH y dada la geometría del sistema, la impedancia presentada por el dispo-



**Figura 5.3:** Ejemplo de mediciones realizadas en el INTI, aquí se utilizó un amplificador diferencial 1:2 casero. (a) Se muestra un grupo de mediciones a diferentes frecuencias de excitación del calentador en función del campo magnético. (b) Thermovoltaje  $V_{Y_{2f}}$  (naranja) y conductancia  $G$  (azul) para la misma muestra. Esta figura presenta una escala en que puede observarse claramente el efecto termoeléctrico en los LLs, la tensión cae y cambia de signo en el centro de los LLs.

**Figura 5.4:** La respuesta de tensión esperable en el caso de flujos magnéticos dependientes del tiempo se traduce en un campo eléctrico inducido (fem de Faraday) que da como resultado corrientes de Foucault circulantes y una tensión Hall. Téngase en cuenta que dicho efecto depende de la dirección de la derivada del campo magnético. Figura reproducida de Dolgoplov et al. [78], Copyright (2022) de la American Physical Society <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.46.12560>. Leyenda original: Potential difference between inner and outer contacts in increasing and decreasing magnetic field. Sample 5,  $T = 25$  mK. The straight lines show slopes expected from Eqs. (1) and (2) for filling factors  $2/3, 1, 2, 3, 4$ .



sitivo es extremadamente alta en el gap, del orden de  $1 \times 10^8 \Omega$ , por lo tanto no es posible el uso directo de un LIA en las mediciones, dado que poseen una impedancia de entrada del orden de  $1 \text{ M}\Omega$ . Por esto, las mediciones iniciales en INTI se realizaron utilizando un amplificador diferencial casero de alta impedancia 1:2. Mediciones típicas de esta configuración se presentan en la Fig. 5.3, donde se ve claramente el efecto termoeléctrico en los LLs. Las mediciones de tensión en esta figura son más ruidosas que la presentada en la Fig. 5.2, esto se debe a la peor relación ruido-tensión del amplificador utilizado.

El uso de estos amplificadores permitió realizar mediciones confiables tanto en el gap como en los LLs. En estos últimos la impedancia no fue un problema crítico, ya que el sistema tiene un comportamiento disipativo y la impedancia equivalente es órdenes de magnitud menor que en el gap. Sin embargo, es de interés entender ambas regiones del sistema, como se mencionó en la introducción teórica dado que el gap posee propiedades de mucho interés no sólo para la metrología sino también para la física y la termoelectricidad aplicada. Por esto, las mediciones

realizadas en ETH se hicieron utilizando un amplificador dc especialmente desarrollado para la realización de estudios térmicos y termoeléctricos, cuya impedancia de entrada es  $10\text{ T}\Omega$ . El sistema posee entradas protegidas diferenciales permitiendo una excelente configuración de medición. Este instrumento se detalla en Märki et al. [79] y en el apéndice B se resumen algunas características relevantes. Se comprobó que el instrumento presenta una respuesta plana en el rango de frecuencias utilizado.

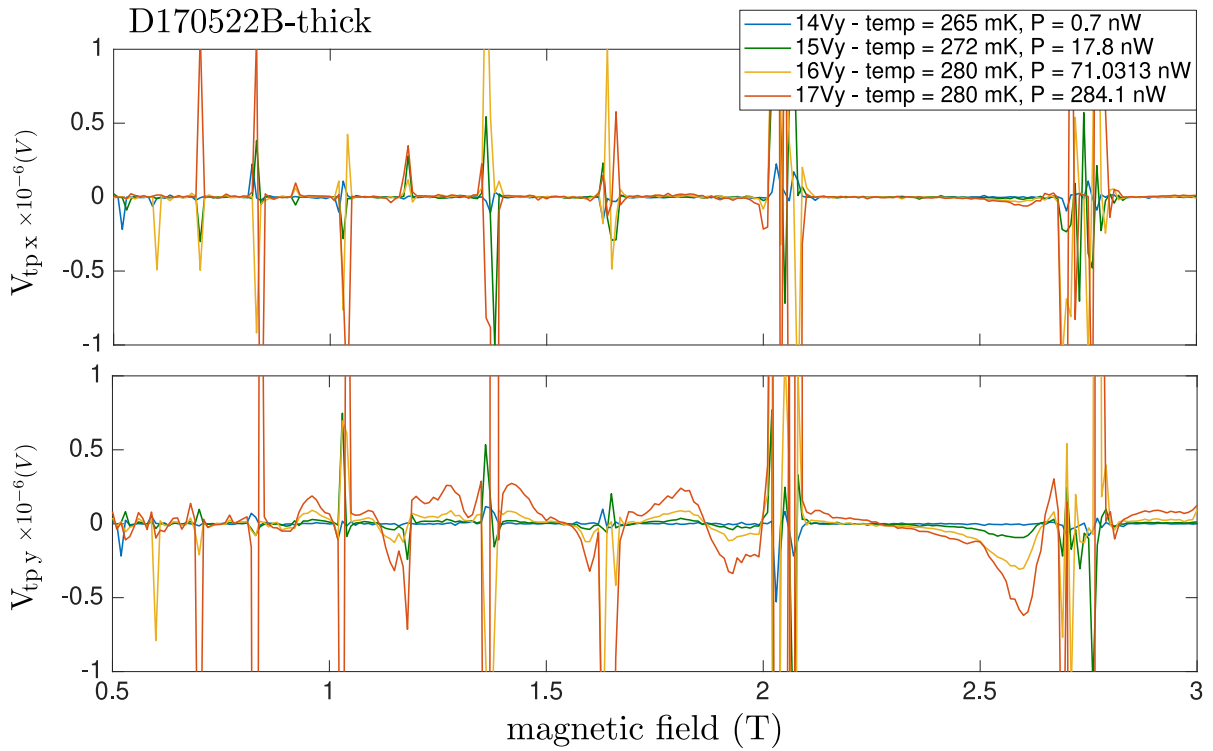
Se verificó también que la medición de termovoltaje de los dispositivos fuera producto de efectos termoeléctricos y no inducida por un campo magnético dependiente del tiempo, de ser así se obtendría una realización experimental del *gedanken experiment* de Laughlin[80]. En este experimento, un flujo magnético dependiente del tiempo que atravesase el anillo de Corbino resultaría en un campo eléctrico, y dada la fem inducida por la ley de Faraday, provocaría corrientes de Foucault que circularían por la estructura, resultando finalmente en una tensión Hall radial. Esta tensión dependería de la derivada del tiempo del campo magnético, como los presentados en la Fig. 5.4.

Se realizaron mediciones de tensión a campo magnético fijo, utilizando diferentes tiempos de espera luego de cada cambio de campo magnético, con el fin de permitir que las tensiones térmicas y el imán se estabilizasen. A partir de estas mediciones se seleccionó un tiempo de espera de 5 s para las modificaciones de campo magnético.

Además, se realizaron mediciones de termovoltaje (Fig. 5.1 en azul), tanto dentro de los niveles de Landau, como en las regiones del gap. Se midió incrementando y reduciendo el campo magnético, también con campos perpendiculares en orientaciones opuestas. No se encontró ninguna señal de un efecto debido a flujos magnéticos dependientes del tiempo, como los discutidos por Dolgoplov, et al. [78, 81]. En estos trabajos se demostró que los efectos por campos dependientes del tiempo presentan respuestas similares a una señal de diente de sierra dentro del gap, cuyo signo depende de la derivada del campo magnético, como se muestra en la Fig. 5.4. Se demostró así que las señales medidas no se originan por efectos de flujos dependientes del tiempo.

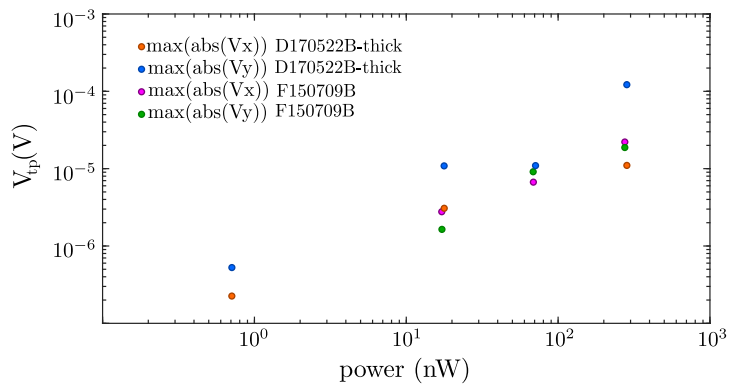
### 5.3. Dependencia con la potencia

El termovoltaje es consecuencia de la diferencia de temperatura entre los contactos de la muestra y por lo tanto debe aumentar acorde a la potencia aplicada al calentador. En la ec. (5.4) se asume que la energía generada por el calentador resulta en una diferencia de temperatura proporcional en el sustrato. En el caso del sistema criogénico de dedo frío sólo la conducción y radiación entran en juego, pero a partir de la ley de Stefan-Boltzmann se ve que la contribución



**Figura 5.5:** Se presentan mediciones a diferentes potencias de calentador para muestra D170522B-thick, tanto  $V_{tp,x}$  como  $V_{tp,y}$ . En el gap ambas tensiones tienen comportamientos similares, mientras que en los LL estos son diferentes. La componente Y se comporta según lo esperado ya que el termovoltaje presenta un cambio de signo en la mitad del nivel, mientras que la componente X es casi nula durante toda la excursión del nivel.

**Figura 5.6:** Valor máximo de la respuesta  $V_{tp}$  para dos muestras, la muestra D170522B-thick y la muestra F150709B. Se tomó el máximo del valor absoluto del termovoltaje para todo el rango del campo magnético y a diferentes potencias del calentador. Ambos ejes se representan en escala logarítmica. Como se ve en la Fig. 5.5 en el gap se obtiene el máximo y ambas componentes ( $x, y$ ) presentan valores máximos similares, además escalan con la potencia.



de radiación puede despreciarse:

$$\begin{aligned}
 P &= \epsilon \sigma AT^4 \\
 &= (1)(5,67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4})(\pi(250 \mu\text{m})^2)(1,6 \text{ K})^4 \\
 P &= 7,3 \times 10^{-5} \text{ nW},
 \end{aligned}
 \tag{5.7}$$

donde  $\sigma$  es la constante de Stephan-Boltzman y se utilizaron los valores del peor caso posible: una emisividad  $\epsilon$  perfecta, el área  $A$  de un calentador circular de radio  $250 \mu\text{m}$  y la mayor temperatura alcanzada en los experimentos,  $1,6 \text{ K}$ . El valor obtenido es varios órdenes de magnitud menor a las potencias de calefactor utilizadas en este trabajo, que están por encima de los  $\text{nW}$ . Por lo tanto, es posible asumir que toda la potencia del calentador se transfiere al sustrato y así, cabe esperar una relación directa entre los gradientes de temperatura y la potencia aplicada.

En las Fig. 5.5 y Fig. 5.6 se presentan respuestas típicas de mediciones a diferentes potencias del calentador. En todos los casos la respuesta del sistema depende de la potencia aplicada.

## 5.4. Mediciones de termovoltaje y conductancia

En la configuración experimental mencionada se realizaron

1. **Medidas de conductancia** que se realizaron usando la configuración de la Fig. 4.1 dibujada en rosa.
2. **Medidas de termopotencia** producidas usando la configuración azul de la Fig. 4.1.

En la Fig. 5.2 se dan resultados obtenidos para la conductancia (curva azul) y para  $V_{\text{ip}}^y$  (curvas naranja y roja) para los anillos 2 y 3.

Se observa en la medición de conductancia que a medida que aumenta el campo magnético se desarrollan las oscilaciones de Shubnikov de Haas (SdH). Cada campana en la curva de conductancia es el resultado de los diferentes niveles de Landau, finalmente para campos magnéticos más altos ( $B \geq 1 \text{ T}$ ) se obtiene una cuantización completa cuando el gap de movilidad resulta en  $G \sim 0$ . Para campos  $B \geq 1,5 \text{ T}$  se observa el desarrollo de la división de las campanas de los niveles de Landau, producto del espín del sistema (spin-splitting). En la figura se indica el segundo nivel de Landau  $N = 2$  en amarillo, donde la energía del sistema es suficiente para diferenciar completamente los estados de espín.

Estas mediciones se realizaron aplicando una tensión al contacto óhmico interno del anillo 2 y midiendo la corriente en el contacto externo de ese anillo por medio del IUamp<sup>2</sup> anclado a

<sup>2</sup>Este es un amplificador de tensión a corriente que tiene varias amplificaciones y la posibilidad de sumar o restar señales de entrada, ver apéndice B. Los LIA tienen una entrada de corriente, sin embargo, se priorizó el conjunto del lock-in en modo de diferencia de potencial utilizando el IUamp ya que fue probado y utilizado con

la frecuencia de la señal de excitación,  $f = 113$  Hz. Los  $V_{tp}$  de ambos anillos fueron medidos simultáneamente. En la Fig. 5.2 se observan fluctuaciones en la conductividad en las regiones semi-metálicas (LLs) para campos magnéticos altos por ejemplo, entorno a los 6 T. Este tipo de fluctuación se origina por el efecto fraccionario (FQHE), que requiere temperaturas de medición más bajas para su estudio. Dados los tiempos requeridos de medición y con el fin de evitar efectos de FQHE se seleccionó la región de 0,5 T a 3 T para los estudios realizados.

Un comportamiento no esperado fue la tensión  $V_{tp}$  en las figuras 5.2 y 5.9. El sistema presenta un comportamiento muy acentuado y complejo en el gap. Otra característica es que la respuesta de  $V_{tp}^x$  en el gap fue de la misma magnitud que la que se observa en  $V_{tp}^y$ , como se ve en la Fig. 5.5.

En esta medición se dio un cambio de signo entre la medición del anillo 2 y la del 3. Dado que las mediciones son flotantes, puede entenderse como un cambio general de signo (fase) entre los anillos.

Finalmente, debido a la escala  $V_{tp}^y$  en esta figura, las características en las regiones de los LLs parecen ser planas, pero no lo son, y serán el elemento central del estudio de termovoltajes en lo que sigue.

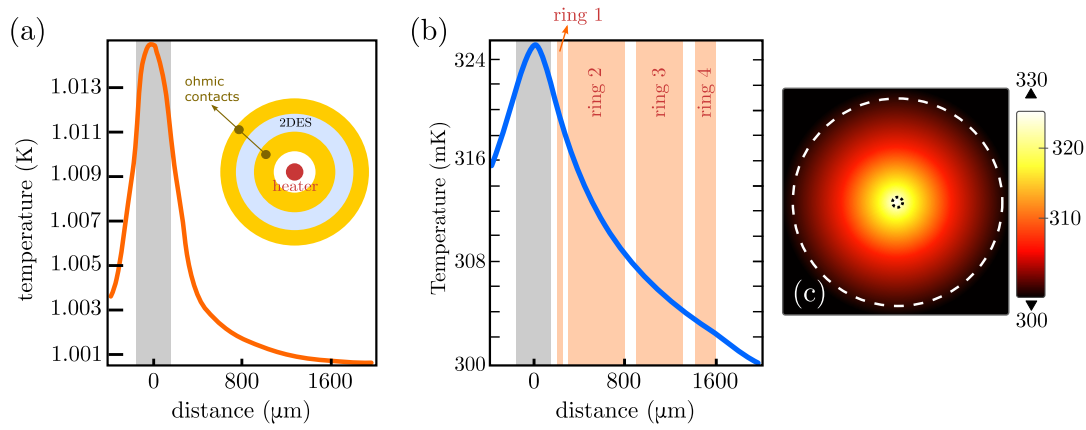
Las mediciones se realizaron en el INTI y en ETH (grupo del Prof. Wegscheider). Por lo tanto, los montajes de las mediciones en cada lugar fueron diferentes, dependiendo de la disponibilidad de equipamiento. Como se mencionó en el capítulo 4.2 en el caso de INTI se utilizó un crióstato húmedo de  $^3\text{He}$ , mientras que en ETH se realizaron las mediciones en una configuración de dedo frío (ver apéndice B).

La diferencia de equipamiento presenta una diferencia conceptual para las mediciones de termovoltaje y temperatura. Como ya fue mencionado, el baño de He líquido puede afectar la disipación de calor del calentador y el gradiente de temperatura logrado por el sistema. También modifica el enfoque de medición de temperatura que se describe en la sección 5.6. En el caso del dedo frío, donde el calor se transmite casi exclusivamente por conducción, se simplifican los esquemas de medición y de generación del gradiente térmico.

Para comprender mejor las características de cada configuración de medición, se produjeron simulaciones de elementos finitos para estimar el comportamiento de los dispositivos en criostatos secos y húmedos. Para producirlas se utilizaron propiedades de GaAs para bajas temperaturas tomadas de Chickering [82] y <http://www.ioffe.ru/SVA/NSM/Semicond/GaAs/>. La Fig. 5.7 (a) presenta el comportamiento resultante para el sistema húmedo. Se observa que incluso a una temperatura base de 1 K es posible obtener un gradiente térmico de

---

anterioridad, posee mayores y mejores capacidades de medición y se tenía un buen conocimiento de su respuesta en las condiciones en que fue utilizado. Los LIA no fueron calibrados antes de su uso, poseen una calibración de fábrica y se verificó su desempeño en las referencias utilizadas en este trabajo.



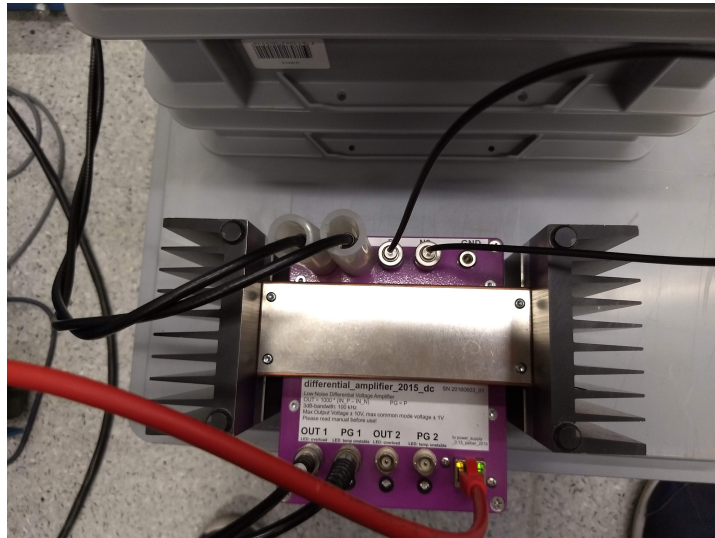
**Figura 5.7:** Perfil de temperatura esperado en las muestras producido por una simulación de elementos finitos. En este caso se utilizó una potencia  $P = 277 \text{ nW}$  y una conductividad térmica estándar de GaAs  $\kappa = 55 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  [83, 84]. La figura (a) corresponde a un sistema húmedo, mientras que (b) y (c) a uno de dedo frío. Se observa que la caída de temperatura es más rápida en el caso del sistema húmedo. Las áreas grises indican secciones fuera de la meseta activa (2DES), donde se encuentra el calentador, mientras que las naranjas indican los diferentes anillos de Corbino del dispositivo. En el caso del dedo frío se utilizaron condiciones de borde ancladas a la temperatura del crióstato en todos los bordes de la muestra (cuadrada), mientras que en el caso del crióstato húmedo se utilizó la conductividad térmica del He líquido a lo largo de la superficie. El inserto en (a) esquematiza un dispositivo Corbino y la posición del calentador.

varios mK, menor al obtenido en el caso del dedo frío, como se muestra en la Fig. 5.7 (b,c). Partiendo de temperaturas de base menores se observan comportamientos similares.

Como se discutió en el capítulo 2, las medidas de termovoltaje están bien definidas cuando se utiliza una impedancia de entrada ideal (infinita), desacoplando así el voltímetro e imponiendo una suma nula de las corriente térmica y de drift  $I_t + I_d = 0$  (ver Fig. 2.8). En el caso del LL parcialmente lleno, cuando el sistema actúa como un metal, debería ser suficiente usar una configuración de medición estándar para lograr medir el efecto termoeléctrico. Pero, una vez que el sistema alcanza el estado QH y se hacen las mediciones en el gap, la impedancia se convierte en un problema muy importante. En estas regiones de campo el sistema presenta una conductancia casi nula, del orden de  $1 \times 10^{-9} \text{ S}$ , compitiendo entonces con el sistema de medición. Se usó entonces el amplificador diferencial ya mencionado (DCamp) esbozado en la configuración de la Fig. 5.1, también se muestra una imagen en la Fig. 5.8. Este dispositivo es un amplificador diferencial fijo  $\times 1000$ , desarrollado específicamente para mediciones de tensión muy precisas y de bajo ruido, como es el caso de la medición de termovoltaje [79]. El instrumento tiene dos canales con entradas diferenciales (conectores superiores), permitiendo entonces medir simultáneamente un máximo de dos señales. Además posee dos salidas amplificadas  $\times 1000$  (OUT 1 y 2) y dos salidas de control (PG 1 y 2).

Dadas las características de este amplificador es posible medir hasta 1 kHz sin afectar su rendimiento.

Se realizaron mediciones en los dispositivos utilizando las configuraciones descritas en



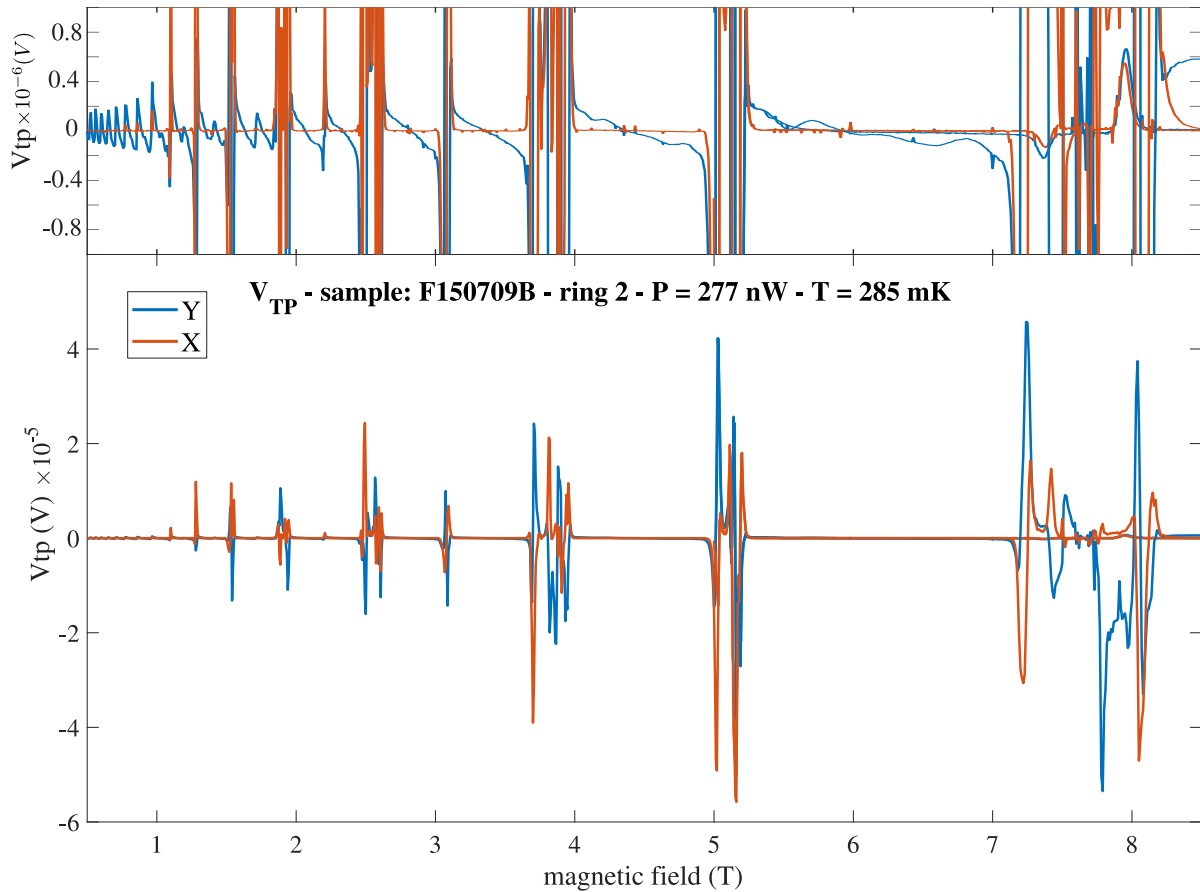
**Figura 5.8:** Imagen del amplificador utilizado para las medidas de  $V_{tp}$ . El uso de BNC no es el mejor enfoque pero la compatibilidad entre instrumentos implicó su uso. La protección en los terminales de entrada (izquierda) evita corrientes térmicas y posible manipulación no intencional. Las salidas PG permiten medir la de las entradas al amplificador interno.

este capítulo. En el capítulo 6 se presentará el modelo obtenido y cómo se relaciona con las respuestas termoelectricas medidas.

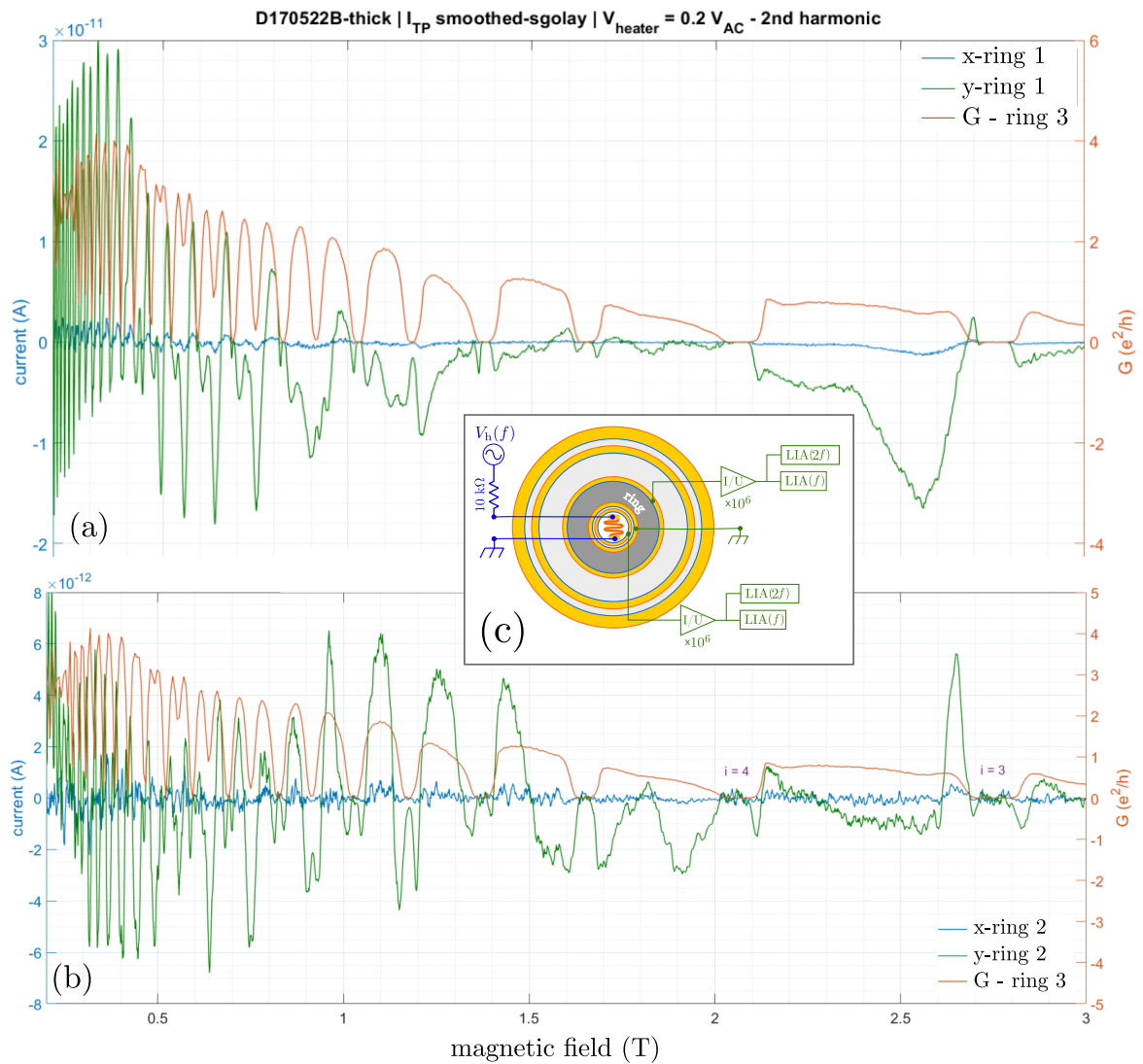
### 5.4.1. Termocorrientes

Se realizó un conjunto de mediciones utilizando el calentador y midiendo la corriente (y no la tensión) desarrollada en la muestra D170522B-thick. Por medio de estas mediciones se buscó determinar las termocorrientes desarrolladas en las muestras. Se utilizó la configuración de medición que se muestra en la figura 5.10. Aquí dos amplificadores de corriente a tensión con dos lock-in en configuración de segunda armónica permitieron registrar las corrientes sobre los anillos 1 y 2 con una tensión  $V_h = 0,2 \text{ V}$  en el calentador. Como se ve en las mediciones resultantes el comportamiento no es compatible con el termovoltaje, ya que su dirección no se modifica junto a los cambios de signo del termovoltaje. Las mediciones en otras muestras dieron resultados similares. Se concluyó que la dificultad en estas mediciones proviene del hecho de que no están bien definidas. Cuando se establece una medida de termovoltaje se asume que el voltímetro ideal resulta en una corriente nula, pero en estas mediciones de corriente se permite la circulación de corriente, resultado una medida que no es exactamente la que se buscaba.

No se realizaron más mediciones en esta dirección, será parte de trabajo futuro contemplar una revisión del método de medición y utilizar una mejor configuración para medirlas.



**Figura 5.9:** Medida del termovoltaje durante una excursión del campo magnético. El panel superior e inferior corresponden a los mismos datos, presentados en escalas distintas, con el fin de mostrar la diferencia en el comportamiento de X e Y en los niveles de Landau y en los gap. Aquí X e Y son la respuesta en contrafase y fase, respectivamente, a la excitación térmica.



**Figura 5.10:** (a) Aquí se presenta la corriente a través del dispositivo cuando se aplica el gradiente de temperatura. Los resultados se han suavizado a través de una ventana móvil promedio de 6 puntos. (a) correspondiente al anillo 1, (b) corrientes resultantes medidas sobre el anillo 2. El recuadro (c) muestra la configuración de medición.

## 5.5. Recuperando la resistencia Hall cuántica de los plateaux

En el capítulo 2 se presentaron las principales características del QHE, en particular el resultado esperable para una barra. En ese caso se espera que la muestra presente plateaux para la resistencia Hall definida entre contactos opuestos de la muestra (ver Fig. 2.2). Esta medición no es accesible en la geometría Corbino, donde sólo puede medirse la conductancia entre contactos (similar a la medición de resistencia longitudinal de una barra). También se ha mencionado la protección topológica que posee el efecto Hall cuántico, gracias a ello debería ser posible abrir el dispositivo Corbino radialmente, obteniendo un sistema de barra Hall curva con dos contactos de corriente. En ese caso debería obtenerse entre los dos contactos diferencias de potencial compatibles con la diferencia de potencial de los plateaux del estado QH. Se presenta en esta sección dicho experimento, realizado en la muestra D190130A-Cr-07.

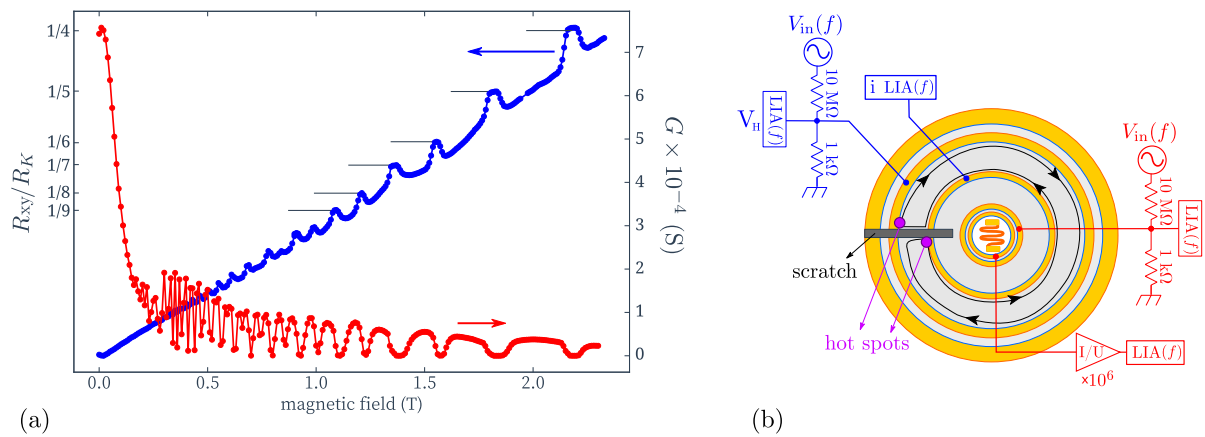
Por medio de un trazador de punta de diamante, se realizó una marca profunda en los anillos exteriores de la muestra, como se muestra en la figura 5.11(b). Esta marca fue lo suficientemente profunda como para abrir el contacto metálico y romper la continuidad del 2DES, convirtiendo los anillos exteriores 3 y 4 en dispositivos de barra Hall de dos terminales.

Simultáneamente se midió el anillo interno 4, que no fue modificado. Se presenta en azul la resistencia transversal  $R_{xy}$  en el anillo 3 modificado, normalizada a la constante de von Klitzing  $R_K$ , mientras que la conductancia en el anillo 4, se grafica en rojo. Se observa que simultáneamente al alcanzar los plateaux la conductancia del interno se anula, completamente compatible con el comportamiento esperable para la barra y un anillo respectivamente.

Los cambios entre estados metálicos y aislantes en los anillos modificados no son como en una barra Hall de relación de aspecto usual (distancia entre contactos de corriente superior al ancho del canal), lo más probable es que se deba a la relación de aspecto inusual de la muestra resultante, mucho más ancha que larga y también al hecho que se realiza la medición en los mismos contactos en que se inyecta corriente.

En la figura las posiciones probables de los “hot spots” en la muestra se indican en púrpura[85–87]. Estos puntos son aquellos donde la corriente ingresa y egresa de la muestra.

Es destacable que aún generando una modificación tan precaria en el dispositivo el estado QH se mantenga, esto es una demostración cabal de la robustez resultante de su origen topológico.



**Figura 5.11:** D190130A-Cr-07, resistencia Hall y conductancia Corbino en una misma muestra. (a) Resistencia Hall medida sobre el anillo 3 (azul), que fue modificado de forma tal de obtener una barra de Hall de dos contactos. Simultáneamente se midió la conductancia del anillo 4 (rojo), el anillo se comporta como los dispositivos Corbino ya presentados. (b) Esquema de la configuración de medición y de la muestra. La región de la marca realizada se representa con un rectángulo gris. La marca fue lo suficientemente profunda como para romper la metalización y abrir la región del 2DES, resultando en la apertura del anillo. Se ilustran las corrientes de borde esperables para el anillo 3 en negro, se representa la dirección y también las posiciones en las que deben formarse los hot-spots.

## 5.6. Gradientes de temperatura

Hasta aquí, se han descrito los métodos y resultados de medición de la termopotencia, termovoltaje y la conductancia del sistema, también se presentó la teoría de transporte cuántico en respuesta lineal, que se utilizará en el siguiente capítulo para modelar la respuesta termoeléctrica. Se verá que uno de los parámetros que se puede obtener es el gradiente de temperatura  $\Delta T$ . Se vuelve necesario generar una metodología que permita determinar de manera independiente los gradientes térmicos que se generan por medio del calentador *en el sistema electrónico*. Se presenta aquí dicho método, basado en mediciones de las variaciones de la conductancia de los dispositivos con la temperatura, que es de gran importancia para los objetivos de esta tesis.

### Gradientes de temperatura por medio de mediciones de conductancia

Dado que la conductancia depende de la temperatura del sistema electrónico, es posible utilizarla como sensor de temperatura. La dependencia del magneto-transporte con la temperatura fue utilizado también por Chickering et al. [46], Liu et al. [52] y Endo et al. [51]. Los trabajos citados realizan mediciones de resistencia y conductancia térmica en una configuración de barra Hall para determinar la temperatura.

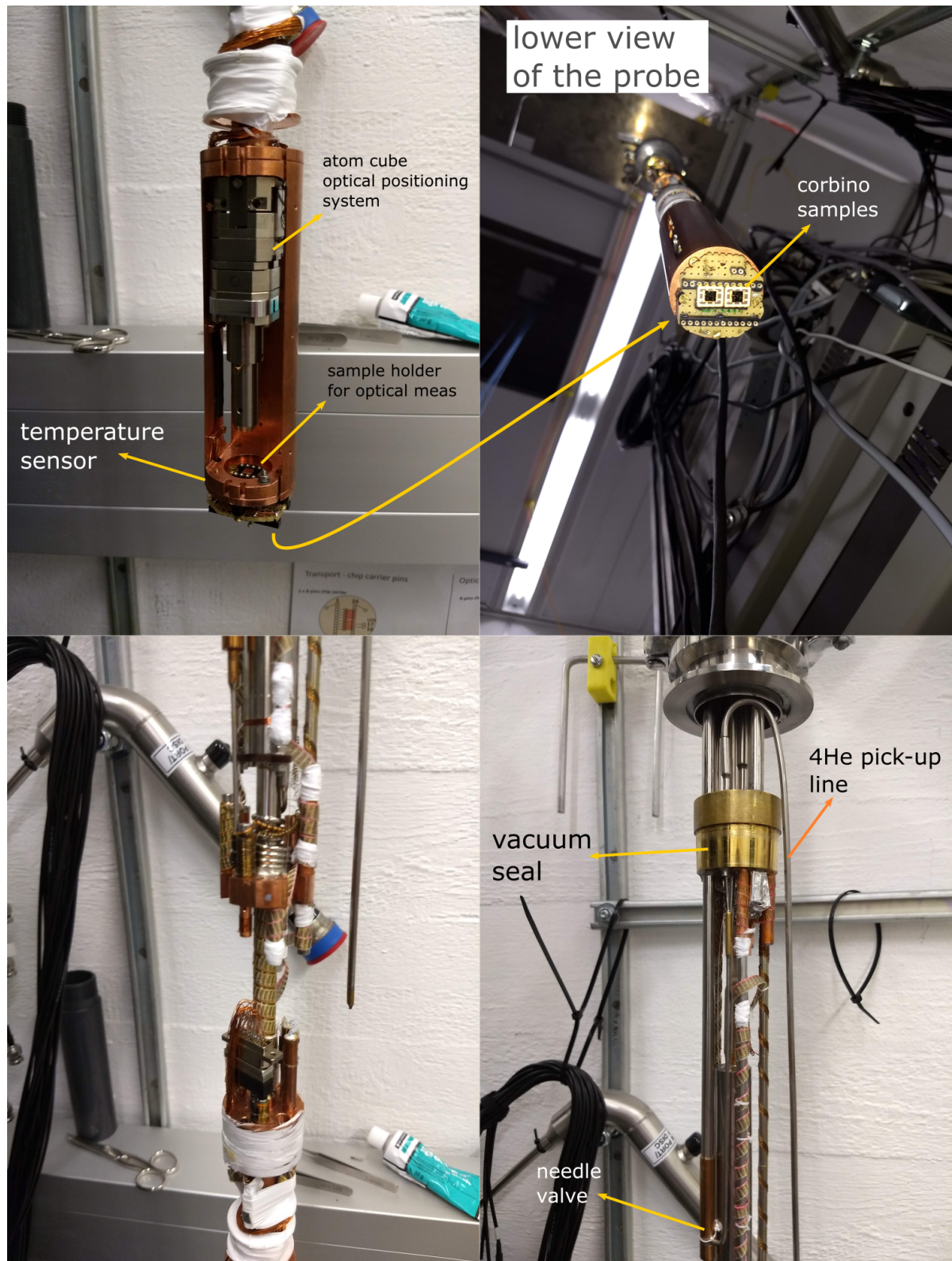
A diferencia de esos trabajos, se utiliza aquí la dependencia en conductancia y en geometría Corbino [88]. Se aprovechó la dependencia del cambio de conductancia para diferentes potencias y temperaturas base, a partir de lo cual es posible establecer una función del gradiente de temperatura dependiente de la potencia aplicada y la temperatura del sistema. Este enfoque elimina la necesidad de incluir sensores externos y mide de forma directa la respuesta del 2DES.

La configuración experimental final se muestra en la Fig. 5.13. Se aplicó una tensión eléctrica  $V_h(f_h)$  al calentador, que resulta en una potencia disipada  $P$ , circuito rojo en la Fig. 5.13. Simultáneamente, se aplica una tensión eléctrica de polarización a los anillos Corbino interno (1) y externo (4) (circuito negro). Se mide la corriente que circula en estos anillos por medio de los circuitos e instrumentos que se muestran en verde, dando como resultado una medida de la conductancia. La tensión de polarización se aplica al contacto externo en el anillo 1 y al contacto interno del anillo 4.

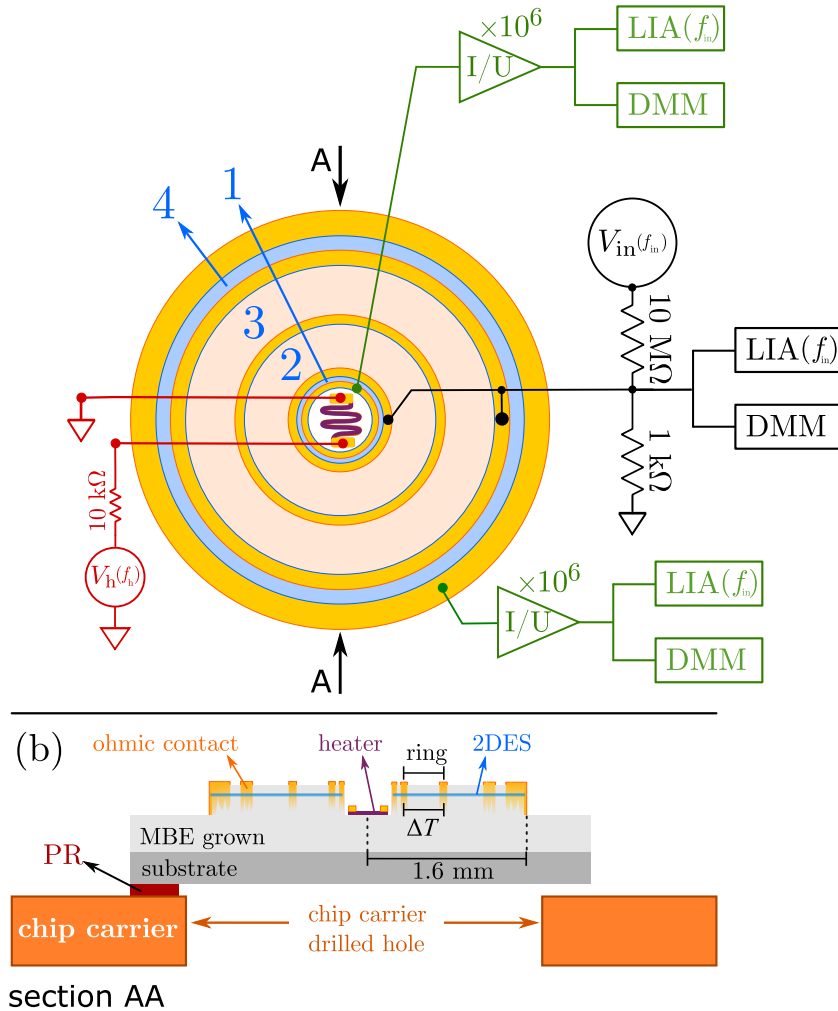
Se probaron diferentes tipos de señales y se concluyó que al utilizar una señal alterna para la polarización del dispositivo y continua para alimentar el calentador se obtenían los mejores resultados de sensibilidad, resolución y ruido. Esta configuración se esquematiza en la Fig. 5.13.

Se definió el siguiente protocolo para estas mediciones (los tiempos de estabilización no se enumeran):

1. Se estableció la temperatura base mínima posible del crióstato  $T_{i=0}$ .



**Figura 5.12:** Imágenes de la criosonda del sistema seco. *Arriba a la izquierda:* se observa la posición del sensor de temperatura. Las muestras se montan desde abajo, imagen *arriba a la derecha*. Otros detalles de la criosonda se presentan en las imágenes inferiores, particularmente el intercambiador de calor  $^3\text{He}$ , la línea de  $^4\text{He}$ , entre otros.



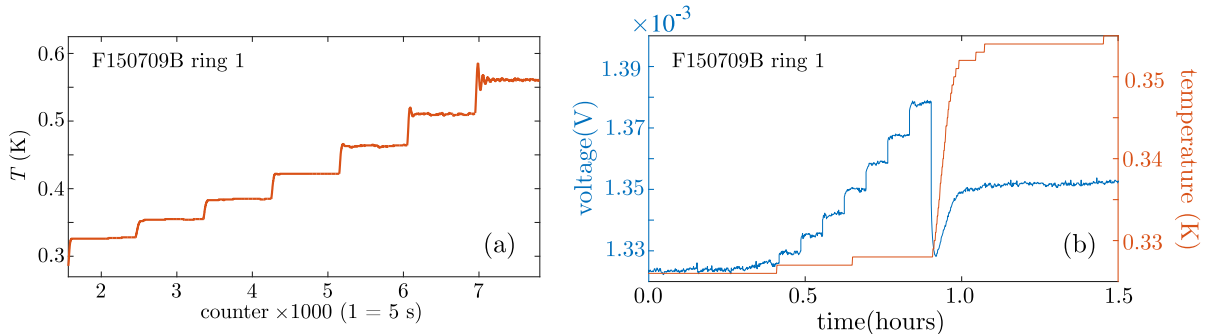
**Figura 5.13:** (a) Configuración experimental del procedimiento de calibración de temperatura. La tensión de polarización  $V_h(f_h)$  (rojo) genera la potencia deseada  $P$ . Mientras tanto, la conductancia se mide en el anillo interno (1) y externo (4) a través de un convertidor de corriente a tensión. En este caso también existe la posibilidad de realizar medidas DC (DMM) y AC (LIA), polarizando los dispositivos Corbino mediante  $V_{in}(f_m)$  y un divisor cuya salida se mide (negro).

Cabe destacar que aquí hay dos frecuencias diferentes, una para producir el gradiente térmico ( $f_h$ ) mientras que  $f_m$  es utilizada para la medición de conductancia.

(b) Corte de la sección AA del dispositivo Corbino. Aquí el agujero perforado en la parte inferior evita la transferencia térmica del sustrato. Sólo un lado de la muestra es adherido con fotoresistencia (PR) al portamuestra.

2. Se configuró un campo magnético  $B_0$  en la zona inicial del nivel de Landau  $N = 4$ , pasando al modo persistente del imán. El campo seleccionado asegura que cualquier pequeño cambio en la temperatura producirá un cambio significativo en la conductancia<sup>3</sup>
3. Se midió la conductancia  $G_0(T_0) = G(B_0, T_0, P_0 = 0 \text{ nW})$ .
4. Se realizaron un conjunto de mediciones de conductancia  $G(B_0, T_0, P_j)$  a diferentes potencias de calentador  $P_j$ .
5. Se aumentó la temperatura base  $T_i$ .
6. Se repitieron 4 y 5 hasta llegar a una temperatura a la cual los cambios de potencia son indetectables.

El procedimiento resulta en un conjunto de curvas  $G(B_0, T_i, P_j)$ . La figura 5.14(a) mues-



**Figura 5.14:** Mediciones no procesadas de (a) temperatura y (b) respuesta eléctrica del sistema para la misma muestra y anillo. En (a) se programó un conjunto de temperaturas de base con  $P_0 = 0 \text{ nW}$ . La figura (b) muestra la respuesta del sistema para un conjunto de potencias  $P_j$  a una temperatura específica  $T_i$ . A  $t \approx 0,9 \text{ h}$  se produce un cambio automático, se vuelve a configurar la potencia a cero y se establece una nueva temperatura  $T_{i+1}$ . La tensión eléctrica es proporcional a la corriente y por lo tanto a la conductancia.

tra la respuesta del sistema al cambiar la temperatura base  $T_i$ . Las temperaturas más bajas del sistema se alcanzan en pocos segundos, mientras que una vez que se plantean configuraciones de temperatura más alta el sistema de control de temperatura PID presenta transitorios oscilatorios. Dado que la estabilización térmica conlleva más tiempo se realizaron las mediciones estableciendo una temperatura y luego modificando las potencias a temperatura fija. El proceso se ejemplifica en la Fig. 5.14 (b), donde se programó un conjunto de potencias  $P_j$  y se obtuvieron la temperatura y la diferencia de potencial –proporcional a la corriente, de la cual se calcula la conductancia–. A tiempo  $t \approx 54 \text{ min}$ , la potencia del calentador se estableció en cero y se programó una nueva temperatura de dedo frío.

Debe mencionarse que al realizar el paso 3 se indicó  $P = 0 \text{ nW}$ , sin embargo se utilizó la configuración más baja posible del LIA, esta es  $V = 4 \text{ mV}$ . La única forma de aplicar una diferencia de potencial nula en esta configuración de medición es desconectar o cortocircuitar

<sup>3</sup>Es posible realizar el mismo procedimiento en un mínimo casi desarrollado, impar, de conductancia.

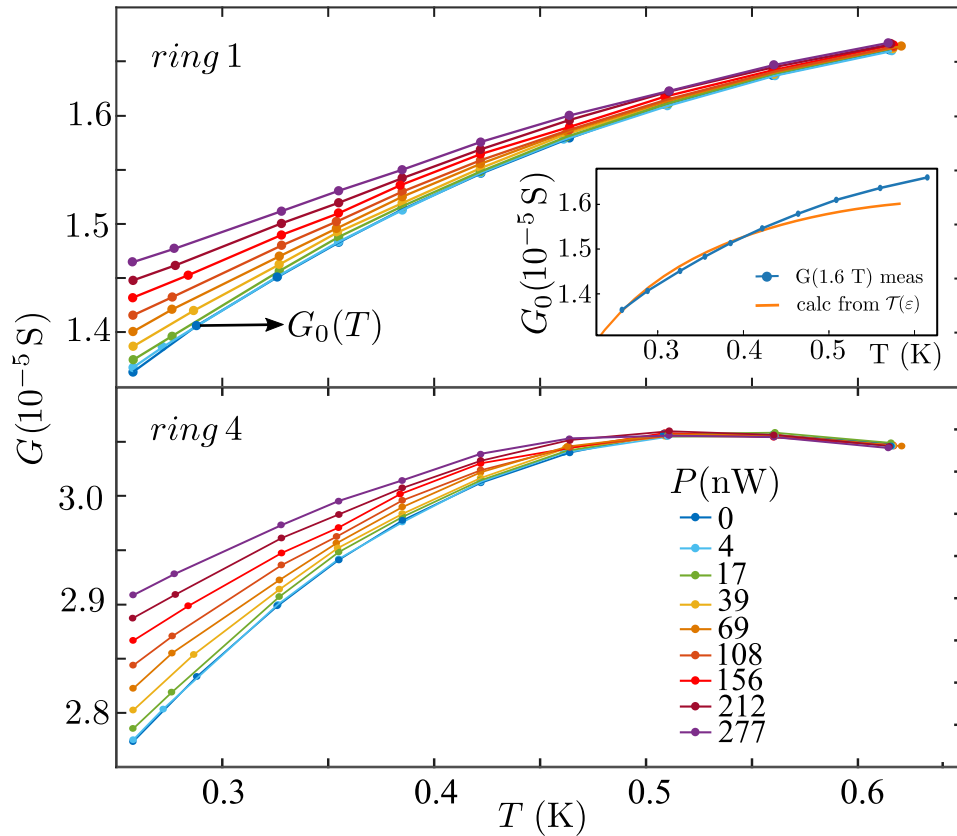
la caja de interconexión, ver la Fig. B.2 del apéndice, pero esto elimina cualquier posibilidad de automatización. Se comprobó que la mínima tensión de salida del LIA (potencia del calentador) está por debajo de la resolución de medición, incluso para las medidas de termovoltaje, por lo que a fines prácticos se la denomina potencia cero.

Finalmente se obtuvo un conjunto de curvas como las que se muestran en la Fig. 5.15, para el anillo 1 (interno) y 4 (externo). Los colores corresponden a diferentes potencias, cada punto de esta figura es el resultado de la estadística de 20 mediciones con el sistema estabilizado térmicamente (fluctuaciones menores a 1 mK), después de cada cambio de temperatura y potencia, ver Fig. 5.14.

Para determinar experimentalmente el gradiente de temperatura en la muestra se utilizó la curva  $G_0(T)$  sin potencia aplicada, midiendo las temperaturas del dedo frío entre 259 mK a 600 mK con un termómetro calibrado Cernox®. Este termómetro mide la temperatura del dedo frío, no de la muestra. Luego, se grafican las diferentes curvas  $G(T, P)$  que se presentan en la Fig. 5.15. Se consideró que la conductancia se estabiliza cuando la temperatura de la muestra también lo hace. La conductancia de ambos anillos se midió simultáneamente.

Para temperaturas por debajo de 550 mK la conductancia es una función monótona de la temperatura en ambos anillos. Es posible relacionar los cambios de conductancia y temperatura obteniendo una función  $T(G, P)$ , desde la cual dada una potencia y una conductancia se determina una temperatura.

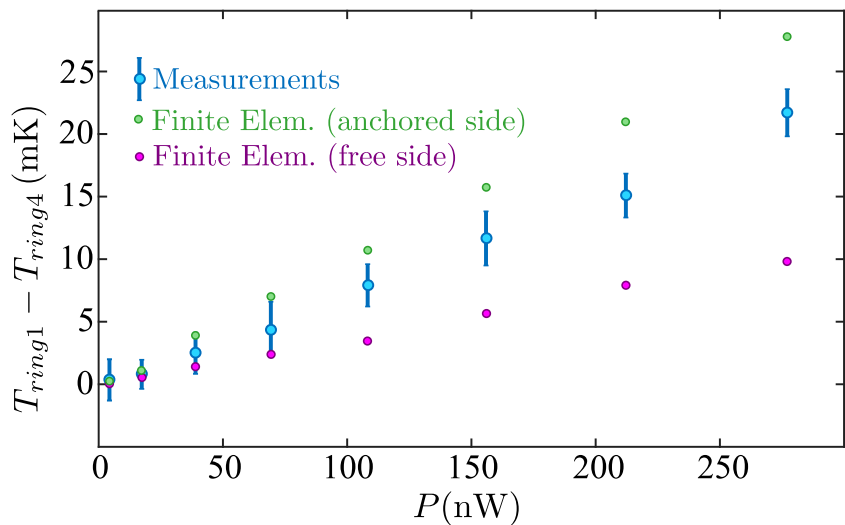
A partir de esta información se pudo calcular el set de puntos azules que se muestra en la Fig. 5.16. Cada punto corresponde al valor promedio de la diferencia de temperatura medida entre los anillos, una aproximación del gradiente térmico del sistema. Las incertidumbres incluyen las curvas de ajuste, del sensor de temperatura y el error estadístico de cada punto, no se incluyen aquí otras componentes de incertidumbre tipo B[89], para ello es necesario un estudio más exhaustivo.



**Figura 5.15:** Conductancia del anillo 1 (panel superior) y del anillo 4 (panel inferior) para diferentes temperaturas  $T$  del baño. Cada set (color) corresponde a diferentes potencias dc  $P$  aplicadas al calentador. Las líneas entre puntos corresponden a interpolaciones lineales. Dada una potencia y una temperatura en el anillo  $j$  ( $j=1, 4$ ) existe una conductancia  $G_0(T)$  correspondiente a potencia nula (calentador apagado), desde la cual se puede inferir el cambio de temperatura.

En el Recuadro se grafica la conductancia calculada como función de diferentes temperaturas del dedo frío a partir de la ec. 5.9 para  $B = 1,6$  T, ver Fig. 5.17.

**Figura 5.16:** En esta figura se presentan las diferencias de temperatura entre los anillos interior (1) y exterior (4) determinadas a partir de las mediciones de conductancia y el método discutido en el texto. Las barras de error corresponden a la incertidumbre estadística, de la interpolación utilizada y de calibración típica del sensor del dedo frío. Se incluyen los valores resultantes del modelado de elementos finitos del cristal de GaAs para una potencia de 277 nW.



### Estimación de la dependencia de la magneto-conductancia con la temperatura

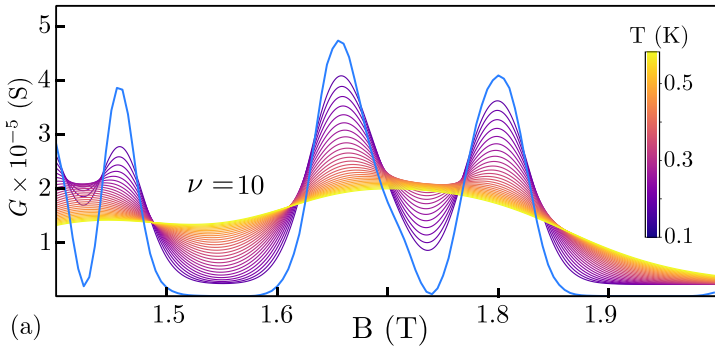
La magneto-conductancia para distintos anillos es una función de la temperatura, cuya dependencia puede ser modelada en respuesta lineal por medio de una función de transmisión, como se discutió en el capítulo 2.

Para esto se considera al sistema como un dispositivo de dos terminales, con una función de transmisión  $\mathcal{T}(\varepsilon)$ , que caracterice la transparencia del dispositivo electrónico, de la misma forma que se hizo para el caso de la isla magnética en el capítulo 3. Para inferir la función de transmisión se considera la conductancia definida a partir de la ec. (2.5) [88, 90]

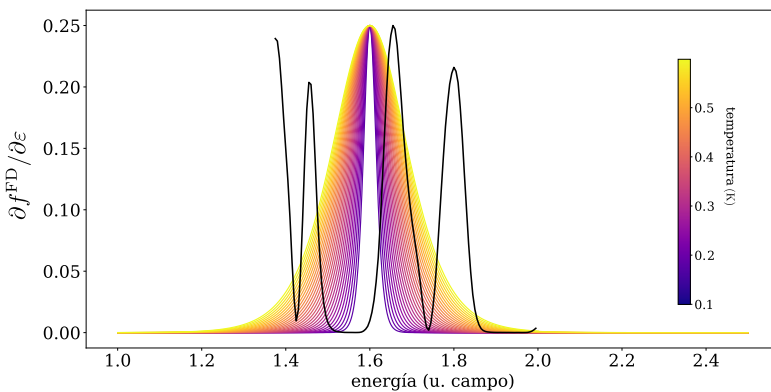
$$G(T) = -\frac{e^2}{h} \int d\varepsilon \mathcal{T}(\varepsilon) \frac{df(T, \varepsilon, \mu)}{d\varepsilon} \quad (5.8)$$

$$f(T, \varepsilon, \mu) = [1 + e^{(\varepsilon - \mu)/kT}]^{-1}. \quad (5.9)$$

Aquí  $f$  es la función de Fermi-Dirac que depende de la temperatura  $T$  y del potencial químico  $\mu$  determinado por el número de partículas. Para calcular  $\mathcal{T}(\varepsilon)$  se tiene en cuenta que  $-\partial f/\partial \varepsilon \rightarrow \delta(\varepsilon - \mu)$  cuando  $T \rightarrow 0$ . Para temperaturas tales que  $kT \ll \hbar\omega_c$  se podrá aplicar la aproximación. En la Fig. 5.17 se grafica la función de transmisión utilizada junto a las con-



**Figura 5.17:** Conductancia medida como función del campo magnético para el anillo 1, a una temperatura base de 260 mK (azul), de la cual se infiere una función de transmisión  $\mathcal{T}(\varepsilon)$ . A partir de esta función se calculan las curvas correspondientes al rango 100 mK a 600 mK por medio de la ec. (5.9).



**Figura 5.18:** Función de transmisión (negro) y derivada de la función de distribución de Fermi-Dirac para diferentes temperaturas. La escala horizontal de energía se da en unidades de campo. Se observa que es necesario considerar varios picos de  $\mathcal{T}$  a partir de temperaturas intermedias.

ductancias obtenidas para diferentes temperaturas en función del campo magnético. En esta figura se observa que es importante seleccionar correctamente el campo al cual se realizarán las mediciones, con el fin de obtener una buena respuesta en función de la temperatura. Por

ejemplo, la elección de un campo en los puntos de cambio de curvatura del LL cerca de 1,63 T conlleva a una función que no es monótona y además reduce significativamente la resolución.

En la Fig. 5.18 se muestra cómo incide la derivada de la función de distribución de Fermi-Dirac. Se observa que a partir de temperaturas intermedias la campana de  $\partial f/\partial \varepsilon$  es lo suficientemente ancha para que sea necesario considerar los picos de ambas orientaciones de espín.

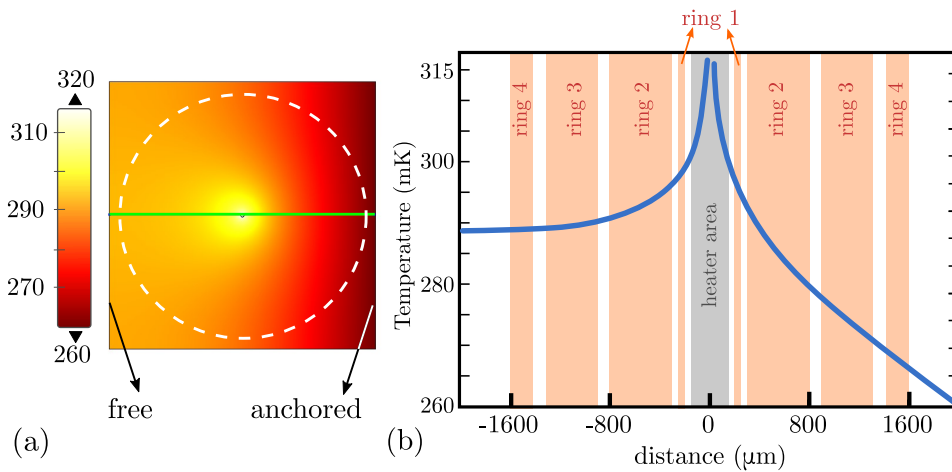
Finalmente, el cambio de conductancia obtenido para el campo utilizado en las mediciones se presenta en el recuadro de la Fig. 5.15, donde se lo compara con la conductancia medida para potencia nula.

### 5.6.1. Simulación de la ecuación de flujo de calor y $\Delta T$ resultante

Para establecer una referencia para las diferencias de temperatura obtenidas en la sección anterior, aquí se discutirán simulaciones por elementos finitos del perfil de temperatura que la heteroestructura le presenta al 2DES. Para ello, se utilizarán valores de la conductividad térmica del sustrato reportados en la literatura a 300 mK,  $\kappa = 1,6 \times 10^{-2} \text{ W K}^{-1} \text{ m}^{-1}$  [47, 82] –siguiendo una ley  $\propto T^{2,56}$ . En estos trabajos se mostró que los fonones del sustrato determinan el perfil de temperatura, la conductividad térmica del gas bidimensional resulta ser del orden de  $10^{-21}$ , órdenes de magnitud menor.

Una solución por elementos finitos de la ecuación de flujo de calor se presenta en la Fig. 5.19. Se supuso en este caso que toda la potencia del calentador es conducida por el sustrato en un área igual a la depresión central donde está el calentador (área central gris en la figura), esto determina una de las condiciones de contorno y borde. Con el fin de simular lo mejor posible las condiciones de las muestras, las otras condiciones de borde se establecieron sobre los bordes del dispositivo, el borde derecho anclado a la temperatura del dedo frío (borde pegado de la muestra) y por lo tanto a temperatura constante y los tres bordes restantes libres. Se consideró también que no existen pérdidas por radiación.

En la Fig. 5.19 (b) se grafica la temperatura obtenida en función de la posición, en naranja se indican las regiones de los distintos anillos de Corbino de los dispositivos. Se observa una asimetría en la respuesta, dada por la diferencia de condiciones de borde impuestas. Por ejemplo, la estimación del lado anclado a una potencia de 277 nW resulta ser de  $(T_{\text{ring 1}} - T_{\text{ring 4}})^{\text{sim}} = (\Delta T)^{\text{sim}} \approx 28 \text{ mK}$ , mientras que del lado libre la diferencia es de  $(\Delta T)^{\text{sim}} \approx 10 \text{ mK}$ . Si se promedian estos resultados, como lo haría el experimento al integrar sobre el contacto ohmico circular, se obtiene  $(\Delta T)^{\text{sim}} = 19 \text{ mK}$ , un valor similar al obtenido por el método de medición de temperatura basado en la conductancia  $(\Delta T)^{\text{meas}} = 22(2) \text{ mK}$ . La figura 5.16 incluye los resultados experimentales y las estimaciones obtenidas de la simulación por elementos finitos.



**Figura 5.19:** Simulación por elementos finitos del gradiente de temperatura de una heteroestructura de GaAs/Al-GaAs. Suponemos aquí que el lado derecho de la muestra está anclado (anchored) al dedo frío a  $T = 260$  mK, los otros tres lados de la muestra están libres (free) y con una conducción al vacío nula. La sección central – área gris – disipa una potencia de 277 nW en un área equivalente a la del calentador. (a) Mapa de calor que resume los resultados de las simulaciones realizadas. La línea verde indica la dirección del corte transversal utilizado para tomar los datos de la figura (b), donde se incluyen las posiciones aproximadas y dimensiones de los anillos.

Utilizando el perfil resultante de las simulaciones se puede también estimar la diferencia de temperatura para el anillo 2 del lado anclado(libre)  $(\Delta T)^{\text{sim}} = 5,8$  mK(12,7 mK), para una temperatura base  $T = 269$  mK y una potencia de calentador  $P = 277$  nW.

Cabe destacar que el perfil calculado es altamente dependiente de la conductividad térmica utilizada. Otro dispositivo mencionado por Chickering et al. [47] resulta en una conductividad térmica  $\kappa = 5 \times 10^{-2} \text{ W K}^{-1} \text{ m}^{-1}$ , cinco veces mayor y que resulta en una caída del gradiente de temperatura. En este caso la diferencia de temperatura esperada en el anillo 2 resulta ser  $(\Delta T)^{\text{sim}} \approx 2,5$  mK. Estos resultados serán de interés en la sección 6.0.2, donde se compararán con aquellos obtenidos a partir del modelo de las mediciones de termovoltaje, medidos justamente en el anillo 2.

El perfil térmico resultante de las simulaciones muestra que en próximas generaciones de dispositivos es conveniente anclar térmicamente todos los bordes de la muestra. Esto permitirá evitar asimetrías e incrementar las diferencias de temperatura entre el centro y el borde de la muestra. Como se mencionó, la decisión de utilizar sólo un borde anclado resultó de considerar la posible competencia entre la potencia del refrigerador criogénico y del calentador.

Se discutieron en este capítulo las diferentes configuraciones de medición y los problemas y soluciones que se implementaron. En particular se presentaron las configuraciones de medición de conductancia y de termovoltaje, para las que se presentaron varios ejemplos de los resultados obtenidos. Las mediciones de termovoltaje presentan grandes oscilaciones en las regiones del gap, llegando a presentar tensiones eléctricas incluso del orden de 0,1 mV. Mientras que en

las regiones de los niveles de Landau la respuesta obtenida se asemeja a la de un conductor, cambiando de signo al pasar por el máximo de conductancia, donde se anula. En el próximo capítulo se presentará el modelado de los resultados de los termovoltajes medidos.

La robustez del efecto Hall cuántico fue aprovechada en la experiencia del dispositivo Corbino marcado con una punta de diamante, que permitió generar en el mismo dispositivo dos geometrías, un sistema Corbino y otro tipo barra Hall. Así se mostró que se recupera el valor cuantizado de la resistencia transversal en esta última.

Finalmente se discutieron los aspectos de generación y medición del gradiente de temperatura, fundamental para inducir los efectos termoeléctricos mencionados. Las diferencias de temperatura entre contactos ohmicos se generó por medio del calentador resistivo central, cuya potencia se trasmite por el sustrato por medio de fonones. Este perfil de fondo es el que finalmente determina los efectos termoléctricos medidos. Se modeló por medio de elementos finitos el perfil de temperatura esperable, que resulta ser dependiente de la conductividad térmica utilizada. Para la medición de temperatura del 2DES se utilizó la dependencia de la conductancia con la temperatura. Midiendo en simultáneo el anillo interno y externo de los dispositivos se calcularon finalmente las curvas que determinan la diferencias de temperatura promedio en función de la potencia del calentador. En este sentido la elección de campo magnético al cual realizar las mediciones de conductancia es importante, como se mostró al modelar el cambio de conductancia con la temperatura a partir de una función de transmisión. Las diferencias de temperatura obtenidas en esta sección serán contrastadas con aquellas del modelo de transporte termoeléctrico que se presentará en el próximo capítulo.

# 6

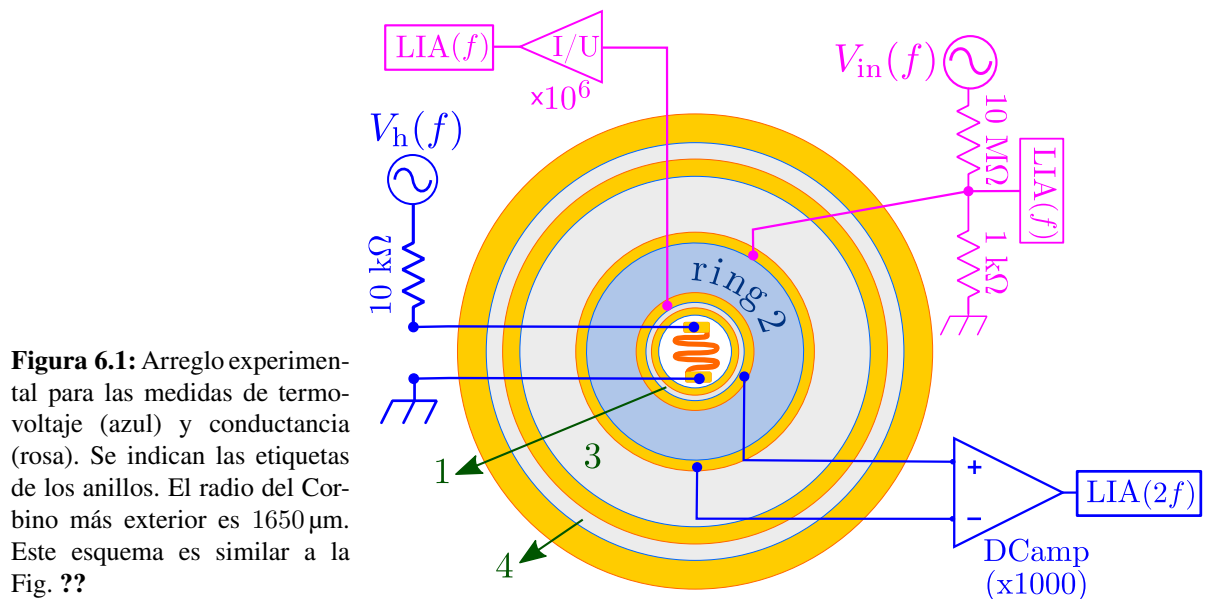
## Termovoltaje, magneto-conductancia y modelado

En este capítulo se discutirán las mediciones de termovoltaje (termopotencia) y el modelado que se realizó basado en la teoría de transporte cuántico en respuesta lineal. Como se comentó, el trabajo de Kobayakawa et al. [71] presentó resultados para factores de llenado enteros para muestras de baja movilidad, medidas en radiofrecuencias. En la Fig. 6.1 se presenta nuevamente el esquema de medición utilizado para las mediciones en el anillo 2. En azul el caso de termovoltajes, mientras que en rosa el utilizado para las mediciones de magneto-conductancia. Cada anillo desarrolla un termovoltaje independiente, a partir de la diferencia de temperatura generada por medio del calentador central. Se verificó que cada anillo actúa de manera independiente debido a que la presencia de los contactos óhmicos, que alcanzan la región del 2DES, delimitan e independizan los dispositivos aun cuando se encuentren en la misma meseta.

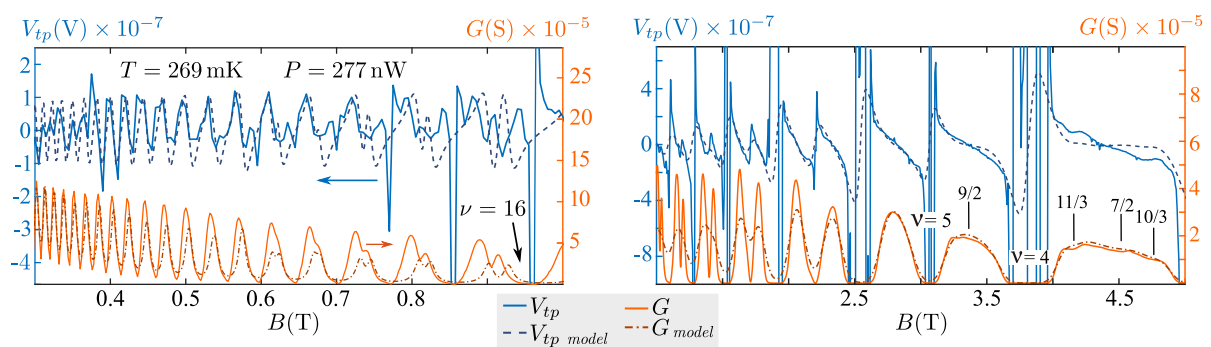
Dado que el sistema presenta estados QH, posee dos regiones bien diferenciadas también desde el punto de vista termoeléctrico:

1. **Niveles de Landau semi-llenos.** Para campos magnéticos que resultan en factores de llenado semienteros el sistema presenta características metálicas.
2. **Gap de movilidad.** Para campos entorno a los factores de llenado enteros el sistema se vuelve aislante.

La Fig. 6.2 muestra los resultados de  $V_{ip}^y$  y de la conductancia. El gráfico está dividido en dos secciones, una para lo que se denominará campos magnéticos bajos  $B < 1$  T, y otra de campos altos, donde el estado QH está completamente desarrollado. La posición de campo



**Figura 6.1:** Arreglo experimental para las medidas de termovoltaje (azul) y conductancia (rosa). Se indican las etiquetas de los anillos. El radio del Corbino más exterior es  $1650 \mu\text{m}$ . Este esquema es similar a la Fig. ??



**Figura 6.2:** Magneto-conductancia  $G$  y termovoltaje  $V_{tp}$  como función del campo magnético  $B$  para el *anillo 2*, ver Fig. 6.1, a temperatura base  $T = 269 \text{ mK}$  y aplicando una potencia ac  $P = 277 \text{ nW}$  al calentador. Los datos experimentales se presentan con línea entera, mientras que el modelo se presenta con línea punteada. El modelo se basa en los cálculos propuestos en ec.(2.15) utilizando una función de transmisión inferida como se discute en la sec. 6.0.1 para campos pequeños (izquierda), y como se discute en la sec. 6.0.2 para campos grandes (derecha). Las posiciones de los factores de llenado fraccionarios indicados son sólo de referencia. A esta temperatura no pueden ser resueltos.

donde se da el cambio viene dada aproximadamente por el campo magnético para el cual se resuelve el desdoblamiento del espín (a esta temperatura).

Se busca describir el componente electrónico de los coeficientes de Onsager a partir de los datos experimentales. Se supone que  $I_c = 0$  en la ecuación 2.15 dado que la gran impedancia de entrada del amplificador DCamp asegura que esta condición se cumpla. Se utiliza la relación entre el coeficiente de Seebeck (termopotencia) y el gradiente de temperatura que se discutió en el capítulo 2, dada por

$$V_{tp}(B) = -S(B) \frac{\Delta T}{T}. \quad (6.1)$$

aquí  $S(B)$  es el coeficiente de Seebeck en función del campo magnético. Es necesario determinar una función de transmisión para evaluar las ecuaciones de Onsager (2.15). A partir de

éstas se obtendrá un coeficiente de Seebeck, y finalmente un ajuste del modelo a una única medición resultará en la diferencia de temperatura  $(\Delta T)_2$ .

### 6.0.1. Campo magnético bajo, $B < 1$ T

Para campos  $B < 1$  T los diferentes niveles de Landau no están claramente resueltos, por lo tanto se calcula la función de transmisión a partir del modelo introducido en Jonson and Girvin [91] y Barlas and Yang [18]. Este último se basa en una imagen de una sola partícula para el 2DES en presencia de un campo magnético y dispersión elástica introducida por impurezas.

La función de transmisión a utilizar es de la forma

$$\mathcal{T}(\varepsilon) = \Lambda \sum_{n,\sigma} \frac{(n+1)\omega_c^2}{8\pi\hbar} A_{n,\sigma}(\varepsilon) A_{n+1,\sigma}(\varepsilon), \quad (6.2)$$

donde  $\Lambda$  es un factor geométrico que relaciona la conductancia con la conductividad, mientras que  $A_{n,\sigma}(\varepsilon) = \text{Im}[G_{n,\sigma}(\varepsilon)]$ , siendo  $G_{n,\sigma}(\varepsilon) = [\varepsilon - \varepsilon_{n,\sigma} - \Sigma(\varepsilon)]^{-1}$  la función de Green calculada dentro de la aproximación autoconsistente de Born.

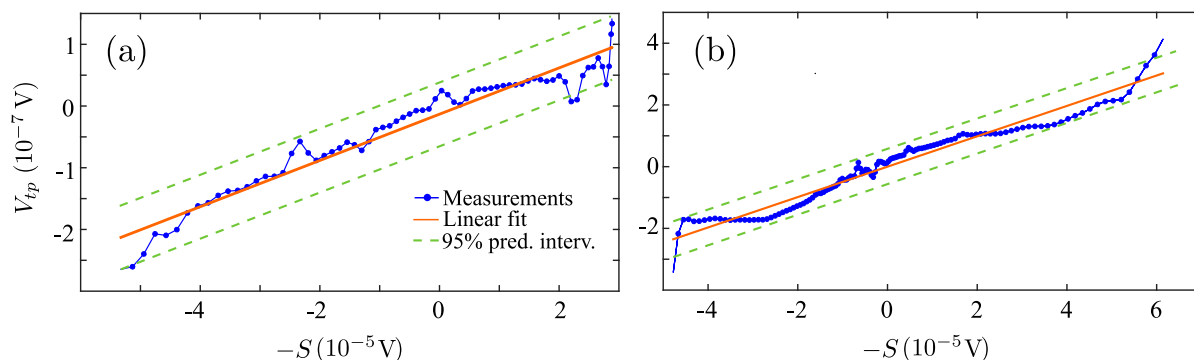
El efecto del desorden debido a las impurezas introduce un aumento de  $\Gamma$  en los niveles de Landau que se explica por la energía propia  $\Sigma(\varepsilon) = (\omega - \varepsilon_{LL})/2 - i\Gamma\sqrt{1 - (\varepsilon - \varepsilon_L)^2/(4\Gamma^2)}$ , donde  $\varepsilon_{LL}$  es la energía del nivel de Landau que está más cerca de  $\varepsilon$ . Este modelo tiene dos parámetros de ajuste:  $\Lambda$  y  $\Gamma$ , que fueron determinados a partir de los datos de la conductancia  $G$  a través de las relaciones de Onsager 2.15. Esta función de transmisión deja de reproducir  $G(B)$  para campos magnéticos altos, por esto en dicha región se utiliza otra función de transmisión.

### 6.0.2. Campo magnético alto, $B > 1$ T

En esta región los niveles de Landau son claramente distinguibles y están separados por un gap. Para campos entorno a cada factor de llenado  $\nu$  podemos proponer una función de transmisión a partir de la conductancia. Como en el límite  $T \rightarrow 0$  la derivada de la función de Fermi-Dirac se comporta como una delta  $-\partial f/\partial\varepsilon \rightarrow \delta(\varepsilon - \mu)$  entonces la ecuación 2.15 resulta en  $T(\mu) \sim G(\mu)/e$ . Por lo tanto para bajas temperaturas, que cumplan que  $kT < \hbar\omega_c$ , el coeficiente de Onsager correspondiente a la conductividad resulta ser un vínculo directo con la función de transmisión. Se puede aproximar la función de transmisión por

$$\mathcal{T}(\mu) \sim \frac{G(\mu)}{e}, \quad \mu = \frac{\hbar e B}{2m^*}, \quad B_{\nu+1} < B < B_\nu, \quad (6.3)$$

$$\mathcal{T}(\varepsilon) = \frac{h}{e^2} G_{\text{exp}}(B, T_0 = 269 \text{ mK}), \quad \varepsilon = \hbar e B / 2m^* \quad (6.4)$$



**Figura 6.3:**  $V_{tp}$  medido en función del calculado  $-S$ , para dos rangos de campo magnético. (a)  $B = 2,21$  T a  $2,46$  T,  $N_{LL} = 3$  y (b)  $B = 2,625$  T a  $3$  T,  $N_{LL\downarrow} = 2$ . La pendiente de esta relación es  $\Delta T/T$ . Estos ajustes corresponden a la muestra F150709B, para la cual se obtiene el parámetro de ajuste deseado. Cabe destacar que la intersección, que se toma como parámetro libre, es cero dentro de la incertidumbre.

donde se utilizan algunas de las propiedades del QHE que hemos discutido en la introducción teórica.  $B_\nu = n_e h / (e\nu)$  es el campo magnético correspondiente a la fracción de llenado  $\nu$ , mientras que  $\mu$  corresponde a la energía de Fermi, y 6.3 establece la relación entre esta cantidad y el campo magnético para el rango de  $B$  dentro de dos factores de llenado enteros consecutivos. Se usa aquí que para estos campos (altos) y temperaturas los niveles de Landau están resueltos, y satisfacen que  $kT \ll \hbar\omega_c$ , y que el ancho de los niveles  $\Gamma$  satisface que  $\Gamma \ll \hbar\omega_c$ . Por esto, esta propuesta de función de transmisión fallará a campos magnéticos bajos, cuando no se cumpla esta condición. Dado que las mediciones no se realizan a temperatura nula, la propuesta de  $\mathcal{T}$  resulta ser una aproximación a la transmisión real del sistema.

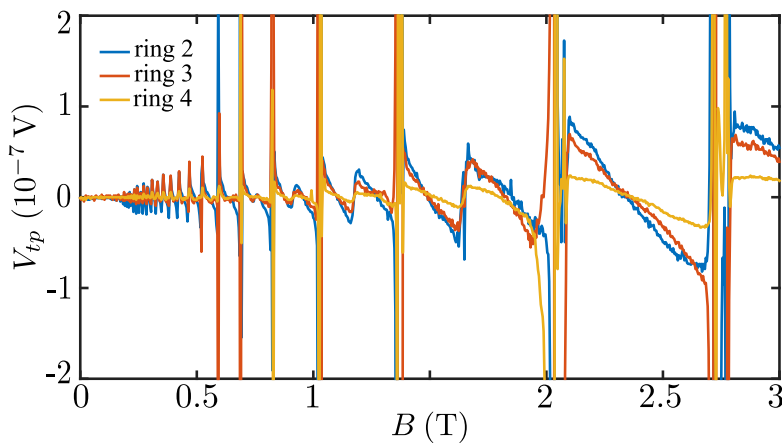
Al aplicar este enfoque, es posible obtener finalmente la conductancia modelada resultante, que se muestra como una línea discontinua naranja en la Fig. 6.2, mientras que las tensiones térmicas modeladas se muestran como una línea discontinua azul. Las características de las respuestas termoeléctricas fueron estudiadas en varias muestras, con diferentes movilidades y densidades de portadores, también con distintos diseños y tamaños. Las respuestas termoeléctricas están presentes en todos los anillos, como ejemplo se da la figura 6.4 donde se grafican las curvas resultantes de diferentes anillos para una muestra dopada con Cr (D190130A-Cr-04). El dopaje tuvo como objetivo reducir posibles efectos de enfoque de fonones, que resultaron inexistentes.

Entonces, dados los  $\mathcal{T}(\varepsilon)$  se calculan los diferentes coeficientes de Onsager, eq. (2.15), obteniendo así  $S(B) = \mathcal{L}_{12}/\mathcal{L}_{11}$ . Sin embargo, resta aún el parámetro libre  $\Delta T/T$  en la ecuación de termovoltaje 6.1, que puede determinarse mediante un ajuste de cuadrados mínimos lineal para diferentes factores de llenado semi-enteros, comparando las mediciones con los resultados del modelo como se muestra en la Fig. 6.3.

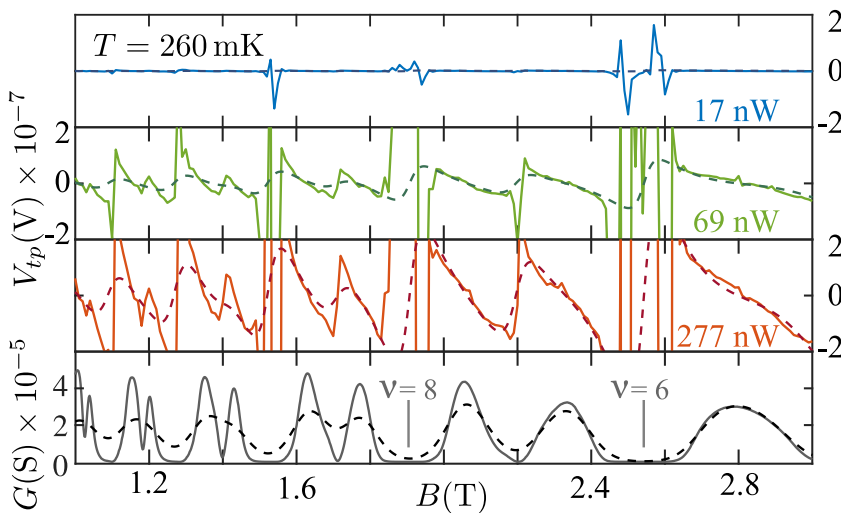
A partir de este enfoque el ajuste permite determinar las diferencias de temperatura deseadas, que se sintetizan en la tabla 6.1. La gran diferencia entre muestras se explica porque la

	F150709B(ring 2)		D190130A-Cr-04		
	$N_{LL} = 3$ Fig. 6.3 (a)	$N_{LL} = 2 \downarrow$ Fig. 6.3 (b)	ring 2	ring 3	ring4
$\Delta T$	1,01(6) mK	1,33(6) mK	60(3) $\mu$ K	110(10) $\mu$ K	70(50) $\mu$ K
$T$	269 mK		600 mK		
$P$	277 nW		213 nW		

**Tabla 6.1:** Valores resultantes para  $\Delta T$  como parámetro de ajuste independiente entre el modelo obtenido y las medidas de  $V_{tp}$ . Se presentan aquí los resultados para dos muestras a diferentes temperaturas, potencias y anillos de Corbino.



**Figura 6.4:** Termovoltajes  $V_{tp}$  obtenidos en la muestra D190130A-Cr-04 en diferentes anillos, a una temperatura del baño térmico de 600 mK y una potencia de calentador de 213 nW. Los anillos 2 y 3 presentan un mayor gradiente de temperatura y, por lo tanto, una respuesta de tensión mayor que el anillo 4. Esta muestra fue dopada con Cr, presentó una movilidad de  $21,54 \times 10^6 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$  y una densidad de portadores de  $2,729 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ .



**Figura 6.5:** Termovoltaje  $V_{tp}$  para una temperatura fija y diferentes potencias  $P'$  aplicadas en el calentador, asumiendo  $\Delta T(P') = P'/P$ , 1,08 mK.  $P$  y otros detalles son los mismos que en la Fig. 6.2.

conductividad térmica del sustrato aumenta como  $T^3$ , por lo que a 600 mK el gradiente de temperatura será casi 10 veces menor en la muestra D190130A-Cr-04 que en la muestra F150709B.

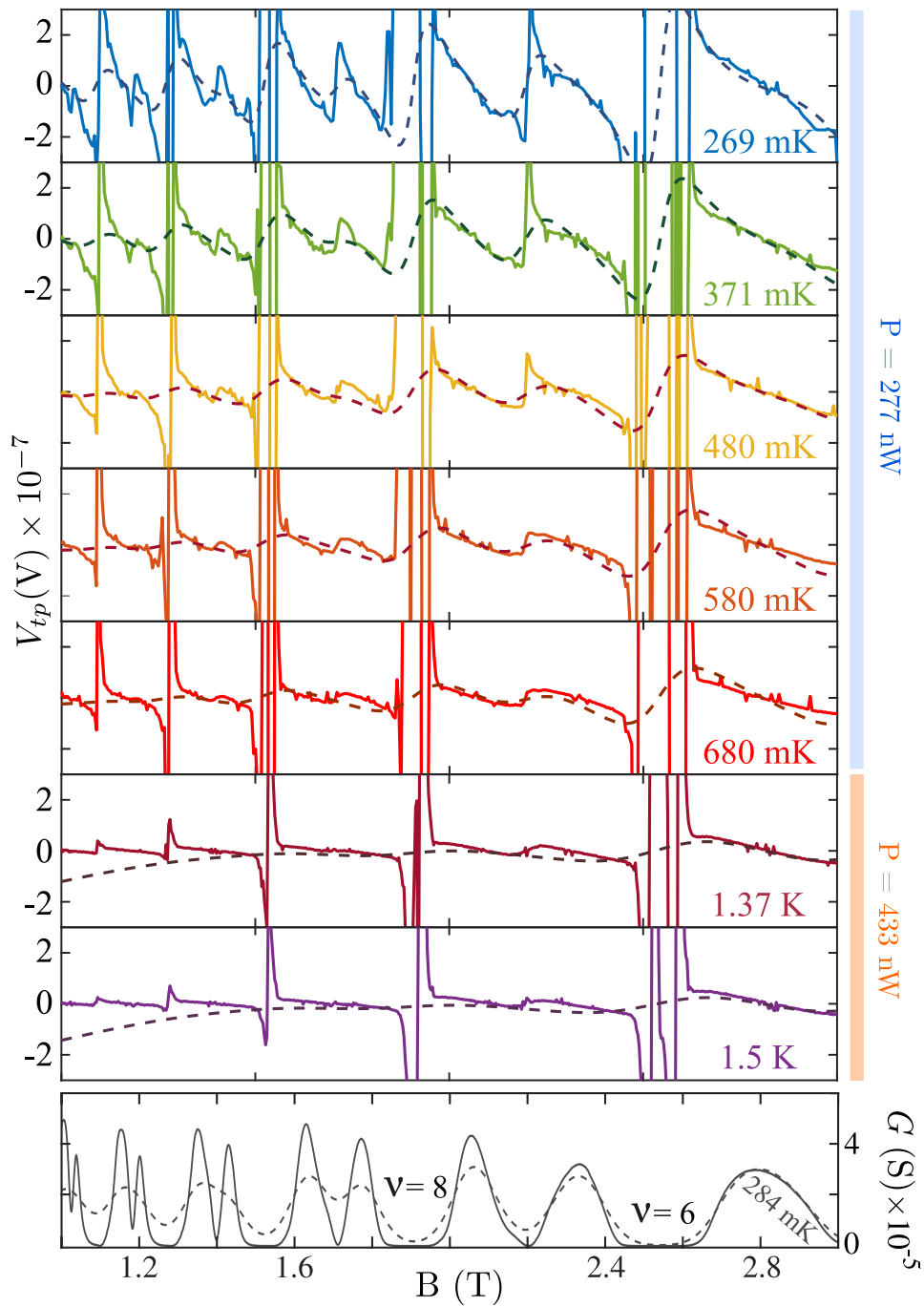
El modelo descrito previamente representa correctamente el comportamiento del sistema en la región de los niveles de Landau semi-llenos. Sin embargo, falla en la región del gap mientras que este modelo predice una única oscilación, en el experimento se observan varias oscilaciones con cambio de signo cuyo orden de magnitud medido es mayor que los predichos.

Concentrándonos en el régimen de validez del modelo, es decir en los niveles de Landau, se predice el termovoltaje en diferentes condiciones. Los resultados se muestran en la Fig. 6.5, donde se grafican resultados experimentales y teóricos a diferentes temperaturas de base, potencias de calentamiento, densidades de portadores, movilidades y dimensiones. Dado que se está trabajando en un régimen lineal, se puede afirmar que

$$\Delta T(P) = \frac{P}{P_0} T_0, \quad (6.5)$$

donde  $P_0$  y  $T_0$  son la potencia y temperatura de base de las mediciones presentadas en la figura 6.2.

De la misma forma se puede predecir el comportamiento a diferentes temperaturas y potencias como en la Fig. 6.6. En esta figura se muestran mediciones a diferentes potencias y a la temperatura más baja, con el fin de resolver las menores potencias aplicadas. Esta figura resume y demuestra la concordancia entre las medidas y el modelo desarrollado. A partir de este resultado es posible estudiar más efectos sobre el sistema utilizando el modelo desarrollado por ejemplo su posible rendimiento termoeléctrico y si es posible aprovechar las características de la función de transmisión para producir refrigeración. Dado que se tiene un sistema experimental protegido topológicamente y que se asemeja al los que se estudiaron en el capítulo 2 donde se tienen gaps seguidos por transmisiones que aumentan rápidamente, el sistema debería presentar buenas características termoeléctricas.

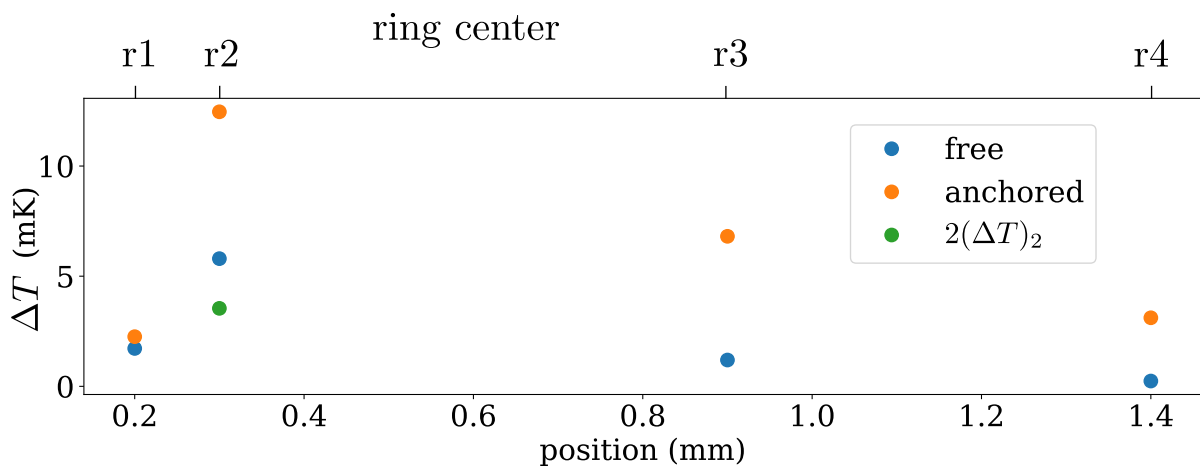


**Figura 6.6:** Temovoltaje  $V_{tp}$  en función del campo magnético para diferentes temperaturas. Se utilizó una potencia de 277 nW para el caso de temperaturas de 269 mK a 680 mK. Mientras que para 1,37 K a 1,5 K la potencia de calentador utilizadas fue de 433 nW. Otros detalles de la figura son similares a las anteriores. La escala de  $V_{tp}$  es la misma en todos los paneles.

### Comparación de temperaturas

Estos resultados conducen finalmente a las diferencias de temperatura mostradas en la Fig. 6.7.

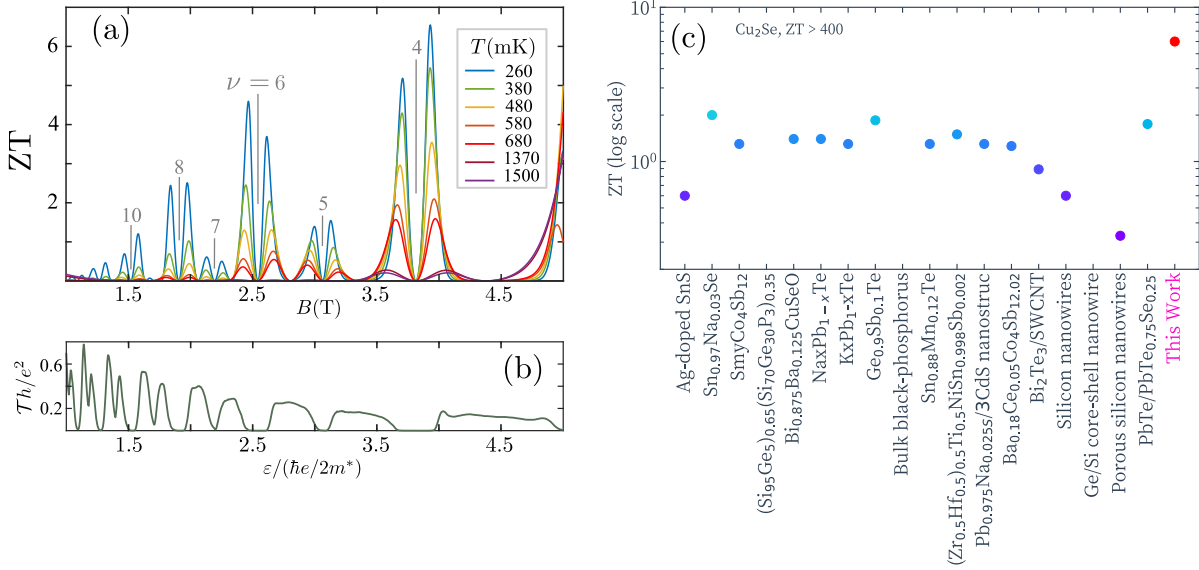
La diferencia de temperatura medida y modelada también se puede comparar con los resultados estimados ajustando el termovoltaje [92]. Se ajusta  $(\Delta T)_2$  para diferentes temperaturas de dedos fríos  $T$ , que resulta en  $(\Delta T)_2 = 1,01(6)$  mK para  $T = 269(2)$  mK,  $P = 277(7)$  nW, y si se aproxima por una variación espacial lineal de temperatura se obtiene que  $(T_{\text{anillo } 1} - T_{\text{anillo } 4})_2 \approx 3$  mK.



**Figura 6.7:** Comparación de las diferencias de temperatura obtenidas para el modelo de elementos finitos tomando el lado anclado y el libre y el modelo de la medición de termovoltaje. Se presentan aquí los resultados para cada anillo de Corbino.

Del modelado de elementos finitos discutido en el capítulo anterior evaluando los resultados en el lado anclado al dedo frío se obtiene  $(T_{\text{anillo } 1} - T_{\text{anillo } 4})_0 \approx 28$  mK. Mientras que evaluando los resultados del lado libre se obtiene  $(T_{\text{ring } 1} - T_{\text{ring } 4})_0 \approx 10$  mK. En ambos casos el valor está por encima del obtenido por el modelo de termovoltaje. Sin embargo al promediar los resultados del lado anclado y libre de la muestra, como lo haría el efecto integrador de los contactos óhmicos del anillo, se obtiene un  $\Delta T_0$  entre el anillo 1 al 4 de 19 mK, en buen acuerdo con el valor medido del gradiente presentado en la figura 5.16.

Se ha presentado en esta sección un método confiable para medir gradientes de temperatura de un sistema electrónico 2D aprovechando nuestra configuración de geometría de Corbino y los estados Hall cuánticos. La medición de conductancia a diferentes temperaturas base y potencias del calentador, permitió obtener las diferencias de temperatura en función de la potencia aplicada al calentador. El calentador central es simple, pero permitió producir los gradientes de temperatura requeridos sin imponer grandes restricciones en los requisitos del equipamiento. Los gradientes de potencia y temperatura desarrollados por el calentador se midieron tanto con técnicas AC como DC, siendo seleccionada esta última por presentar los mejores resultados en



**Figura 6.8:** (a) Contribución electrónica a la figura de mérito  $ZT$  para distintas temperaturas, se indican los factores de llenado. (b) Función de transmisión  $\mathcal{T}(\epsilon)$  utilizada para obtener la curva de  $ZT$ . (c) Gráfica de  $ZT$  para diferentes materiales termoeléctricos y el obtenido para este trabajo. Los valores presentados para otros materiales corresponden a temperaturas cercanas a la ambiente y fueron tomados de [95–97].

resolución y repetibilidad para este trabajo. Estas mediciones solo proporcionan el componente de orden cero de las contribuciones al gradiente de temperatura desarrollado en la muestra. Lo cual se obtiene mediante una cuidadosa medición de la evolución de la conductancia con la temperatura. Cuando se trabaja en mediciones de CC, esto no es un problema, pero una vez que se realizan mediciones dependientes de la frecuencia, como en la detección de segunda armónica, el gradiente se vuelve dependiente de la contribución AC de la ecuación 5.5, esto implica que hay dos contribuciones al gradiente de temperatura en el caso de una señal AC, ambas del mismo orden de magnitud. Se presentó también el modelado de elementos finitos de la temperatura del sustrato que resulta en acuerdo a las mediciones realizadas.

## 6.1. Desempeño termoeléctrico

Como se discutió en la introducción teórica, la calidad del desempeño termoeléctrico se evalúa en términos de eficiencia (coeficiente de desempeño) para el motor térmico (refrigerador). Este desempeño termoeléctrico puede ser parametrizado por la figura de mérito  $ZT = \mathcal{L}_{21}^2 / \text{Det}\hat{\mathcal{L}}$  [58, 93, 94]. La eficiencia (coeficiente de rendimiento) óptima de Carnot se logra para  $ZT \rightarrow \infty$ . Un  $ZT \sim 3$  implica  $\eta^{\text{he/fr}} \sim \eta_C^{\text{he/fr}}/3$ , donde  $\eta$  es la eficiencia del sistema y  $\eta_C$  el límite de Carnot.

Los valores más altos reportados en materiales termoeléctricos están entre  $1 \leq ZT \leq 2,7$  [93–95], mientras que las predicciones optimistas en el régimen balístico son  $ZT \sim 4$  [98] o menores. En en la Fig. 6.8 (c) se dan valores obtenidos para varios materiales y en este trabajo,

téngase en cuenta que los valores de literatura corresponden a sistemas a temperatura ambiente o cercana a ésta.

En la Fig. 6.8(b) se presenta la función de transmisión  $\mathcal{T}(\varepsilon)$  utilizada para ajustar los datos experimentales de la Fig. 6.2 dentro del régimen de campo magnético alto.

La secuencia de gaps y LL resultan en filtros de energía que permiten alcanzar valores de  $ZT \sim 6$ , los resultados de  $ZT$  se grafican como función del campo magnético en la Fig. 6.8 (a).

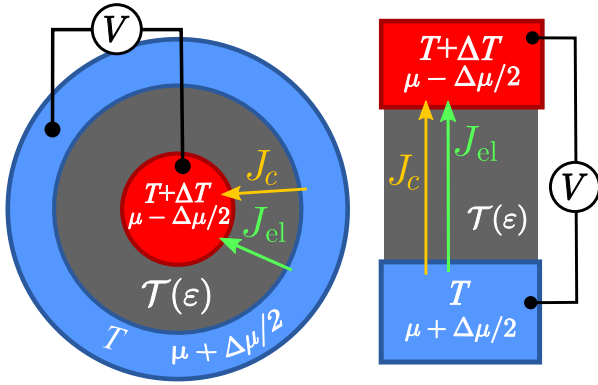
El comportamiento de las curvas en la Fig. 6.8 (a) lleva a pensar que valores  $ZT$  incluso más altos podrían ser posibles a temperaturas más bajas.

El análisis presentado supone que la principal contribución al transporte termoeléctrico y térmico se debe a los electrones. El transporte térmico de fonones en el sustrato tendería a disminuir el rendimiento aunque desaparecería a temperaturas aún más bajas siguiendo una ley de  $T^3$ , mientras que la figura de mérito tendería a aumentar.

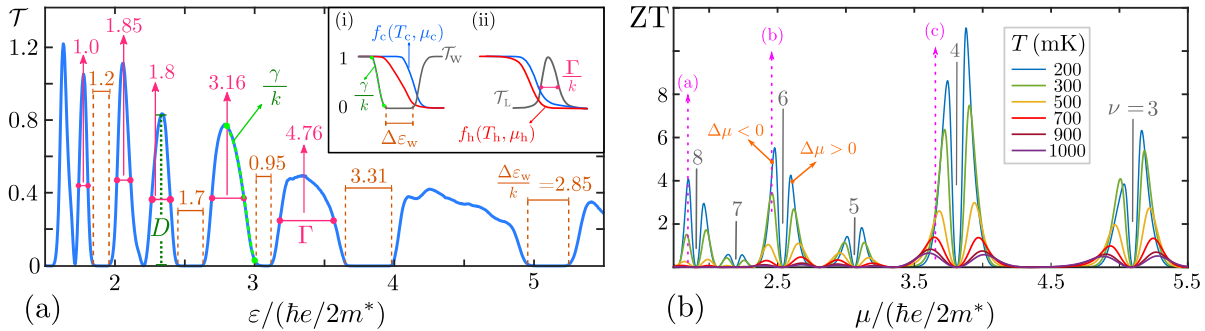
Por todo lo discutido es de interés realizar mediciones a menores temperaturas que permitirían mejorar la función de transmisión utilizada para campos magnéticos grandes. En ese caso es posible que sea necesario modificar el esquema de calentador central ya que al reducir la temperatura por debajo de las que se utilizaron en este trabajo, eventualmente desacoplaría los fonones del sistema de electrones. Además resultará de importancia la interacción electrónica en el gas (FQHE) y que en este caso vale preguntar ¿qué otros efectos se pondrían de manifiesto? Desde el punto de vista fundamental, propiedades aún no comprendidas del estado Hall fraccionario podrían estudiarse a través de la respuesta termoeléctrica. En lo que respecta a las aplicaciones cabe preguntarse si las figuras de mérito termoeléctricas mejorarían o se mantendrían a temperaturas más bajas.

Dadas las figuras de mérito obtenidas es posible pensar en utilizar un dispositivo Corbino como refrigerador termoeléctrico (efecto Peltier) en el régimen de milikelvin aprovechando estos efectos en dispositivos cuánticos bajo campos magnéticos. Existen diferentes mecanismos para hacerlo, una forma directa sería reemplazar el calentador central por un contacto térmico al objeto a enfriar, también se podría incluir un dispositivo Corbino en el brazo de la muestra a estudiar y aprovechar la quiralidad de los canales de borde, permitiendo enfriar electrones que fluyeran por esta porción de la muestra. Esto requeriría que la muestra fuera de tipo heteroestructura.

Al plantearse la posibilidad de utilizar un dispositivo de este tipo como sistema de refrigeración, se estudió bajo el mismo enfoque y limitaciones lo que se podría esperar del sistema. En la siguiente sección se presenta un enfoque teórico al problema, no fue posible realizar experimentos que demuestren los resultados obtenidos, que se espera, puedan ser realizados en un futuro cercano.



**Figura 6.9:** Panel izquierdo: esquema del anillo de Corbino. El espectro de niveles de Landau define un conductor caracterizado por una función de transmisión  $\mathcal{T}(\varepsilon)$  entre dos depósitos polarizados con una diferencia de temperatura  $\Delta T$ . Aplicando una diferencia de potencial externa  $V$  se induce una diferencia de potencial químico, que resulta en una corriente térmica de enfriamiento  $J_c$  y una corriente eléctrica  $J_{el}$ . Panel derecho: configuración equivalente de dos terminales, caracterizada por la misma probabilidad de transmisión y sesgos idénticos de temperatura y diferencia de potencial.



**Figura 6.10:** (a) Función de transmisión inferida de las medidas de conductancia  $G_{\text{exp}}(B, T_0)$ . Se indican las estimaciones de temperatura equivalente en kelvin para los gaps (naranja), el ancho de media altura de los niveles de Landau  $\Gamma/k$  (rosa), el parámetro de suavizado  $\gamma/k$  y el parámetro de altura asociado  $D$ . Éstos tendrán un impacto en el rango de enfriamiento, así como en las condiciones operativas óptimas. Recuadro: (i) Función de transmisión tipo pozo  $\mathcal{T}_w$  (gris) que incluye las funciones de Fermi  $f_h$  para un reservorio caliente (rojo) y frío  $f_c$  (azul). El ancho del pozo es  $\Delta\varepsilon_w$ . (ii) Función de transmisión de tipo lorentziana  $\mathcal{T}_L$  de ancho  $\gamma$  y alto  $D = 1$ . (b) Se presenta la figura de mérito  $ZT$  para la función de transmisión de la figura (a). Los Signos de las Posiciones en rosa (a), (b) y (c) se usan luego como puntos de referencia, ver texto. Se indican en gris los factores de llenado  $\nu$ , correspondientes al centro del gap.

## 6.2. Posibilidades de refrigeración termoeléctricas

En esta sección se estudian las corrientes de enfriamiento de los dispositivos Corbino. Al hacerlo, se obtendrá un mapa del espacio de parámetros en los que se espera refrigeración. Esto permitirá reducir los tiempos de medición y las regiones a explorar en un estudio experimental de esta índole.

Dadas las características de los anillos cada uno puede pensarse como un sistema de 2 terminales tal como se esquematiza en la Fig. 6.9. Los contactos óhmicos (reservorio/fuente térmica ideal) se asumen a una temperatura y un potencial químico que resultan en un  $\Delta T$  y una polarización eléctrica  $V = \Delta\mu/e$ . El elemento clave en la conversión térmica es la ruptura de simetría partícula-agujero, que se logra cuando la función de transmisión tiene cambios abruptos entre regiones aislantes (gap) y de conducción (niveles de Landau).

Siguiendo el trabajo de Hajiloo et al. [63], se evaluó la corriente de calor del sistema, es decir el calor transportado por los electrones que salen del reservorio con la temperatura más

baja

$$J_q = -\frac{1}{h} \int_{-\infty}^{+\infty} d\varepsilon \mathcal{T}(\varepsilon) \left( \varepsilon - \mu - \frac{\Delta\mu}{2} \right) \Delta f(\varepsilon), \quad (6.6)$$

siendo  $\Delta f(\varepsilon) = f_c(\varepsilon) - f_h(\varepsilon)$  la diferencia entre las funciones de Fermi-Dirac correspondientes al reservorio frío/caliente ( $c/h$ ) a temperaturas y potenciales químicos definidos como en la Fig. 6.9. El flujo de calor dado por esta ecuación es directamente proporcional al flujo de entropía que entra o sale del reservorio más frío, debido al flujo de partículas a través del dispositivo.

El flujo de calor descrito por la ec. (6.6) corresponde a un proceso de enfriamiento cuando sale del reservorio más frío. Se define el *poder de enfriamiento* como

$$J_c \equiv J_q, \text{ if } J_q \geq 0, \quad J_c \equiv 0, \text{ en otro caso.} \quad (6.7)$$

$$J_{qb} = \frac{\pi^2 k_B^2}{6h} T^2, \quad (6.8)$$

se utiliza aquí el límite cuántico de Pendry como normalización [39, 99–101]. Este límite define la máxima corriente de calor que se puede transportar a través de un canal cuántico de transmisión unitaria. Cabe mencionar que en los niveles de Landau de los dispositivos Cobino la conducción no se da por los canales cuánticos unitarios, sino por el volumen del sistema.

Las polarizaciones (bias) térmica y eléctrica inducen un flujo de electrones  $J_{el}$ , y tienen una potencia eléctrica asociada  $P$ , dada por

$$P = \Delta\mu J_{el} = -\frac{\Delta\mu}{h} \int_{-\infty}^{+\infty} d\varepsilon \mathcal{T}(\varepsilon) \Delta f(\varepsilon). \quad (6.9)$$

Al resolver las ecuaciones (6.7) y (6.9) – no se supone respuesta lineal – se obtienen las regiones de temperatura y campo magnético donde el sistema actúa como un dispositivo de refrigeración. En el Capítulo 2 se estudiaron funciones de transmisión idealizadas similares a las que se tratarán aquí. Por esto, muchas características serán similares a las que caracterizan las funciones de transmisión del modelo de prueba que ya se discutieron. Hajiloo et al. [63] estudiaron las posibilidades de refrigeración en esos modelos, y concluyen que el perfil óptimo para alcanzar la potencia de enfriamiento más alta, está dado por una función de transmisión de tipo escalón, con el potencial químico del reservorio frío  $\mu_c$  ajustado para que coincida con la energía donde sube el escalón de transmisión, mientras que el potencial  $\mu_h$  del reservorio caliente debe estar lo más lejos posible de esa región. En este caso se obtiene un límite para el máximo de potencia de  $J_c^{max} = DJ_{qb}/2$ .

Las características de enfriamiento dependerán de la inter-relación entre la temperatura, la posición del potencial químico, las pendientes de la función de transmisión  $\gamma/k$ , el tamaño del

gap  $\Delta\varepsilon_w$  y el semi-ancho de los picos de los niveles de Landau  $\Gamma/k$ , entre otros.

El ancho térmico que entra en la función  $\Delta f$  de la ecuación (6.6), que consideramos  $\sim 4kT$ , se puede comparar con los parámetros indicados en la Fig. 6.10 (a), caracterizando las diferentes propiedades de la función de transmisión  $\mathcal{T}(\varepsilon)$ . Los anchos de los principales picos y pozos, respectivamente  $\Gamma$  y  $\Delta\varepsilon_w$ , se indican en unidades de temperatura en la figura.

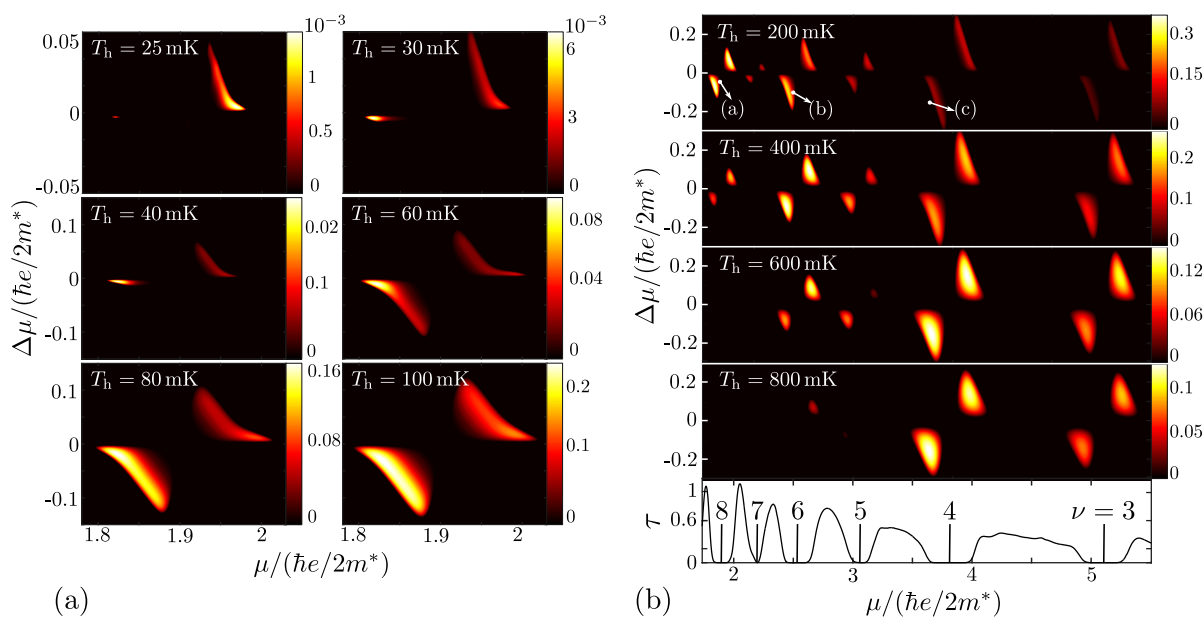
El comportamiento en el rango 200 mK a 800 mK, para  $\Delta T/T = 0,1$ , se resume en la Fig. 6.11. Los lóbulos de enfriamiento están presentes donde la función de transmisión tiene cambios rápidos, es decir, en los costados de los gaps (transmisión tipo pozo) y en los picos de los niveles de Landau (transmisión tipo Lorentz). El poder de enfriado en este rango de temperatura queda limitado por las características tipo pozo de la función de transmisión. En el inserto (i) de la Fig. 6.10 se esquematiza tal característica, la situación óptima requiere un  $\mu_h$  pequeño, lo más alejado posible de  $\mu_c$ , pero la energía del comienzo del gap limita esta posibilidad.

El signo de  $\Delta\mu$  que conduce al enfriamiento depende del signo de la pendiente de  $\mathcal{T}$ . La intensidad más alta se da en los factores de llenado más bajos  $\nu = 6, 7$  y  $8$ , esto se explica por qué  $T_c$  y  $T_h$  están por debajo del ancho de estos picos y el tamaño de los gaps entre  $\nu = 7, 8$  y  $\nu = 5, 6$ . Al aumentar la temperatura  $T_h$  estos lóbulos de enfriado evolucionan, disminuyendo y finalmente desapareciendo cuando la temperatura comienza a competir con el ancho de los gaps vecinos.

En cambio, los factores de llenado  $\nu = 3, 4$  actúan al revés. Comienzan siendo muy tenues, para aumentar luego su poder refrigerante con la temperatura. Es posible comprender este comportamiento a partir del ancho de los gaps y las pendientes de las funciones en juego. El poder de enfriado es menor que para los lóbulos anteriores, pero el rango  $(\mu, \Delta\mu)$  de enfriamiento es mayor, ya que  $\Gamma/k$  es superior en estos factores de llenado.

En el caso de bajas temperaturas 25 mK a 100 mK con un  $\Delta T/T = 0,1$ , el lóbulo óptimo es el indicado como (a) en la Fig. 6.11 (b), que corresponde a una energía entre los factores de llenado  $\nu = 8, 7$ . Los lóbulos de  $\mathcal{T}$  de estos factores de llenado, presentan anchos  $\Gamma/4k \sim 460$  mK y pendientes  $\gamma/4k \sim 360$  mK similares. El rango de temperatura cubierto en esta figura posee un ensanchamiento asociado  $\sim 4kT_c = 4k \cdot 25$  mK a  $100$  mK  $< \gamma$  lo que explica el bajo poder de enfriamiento obtenido y que se reduce con la temperatura. Además, el mayor valor de potencia de enfriamiento se obtiene para  $T_h = 200$  mK (panel superior), que se corresponde con el régimen donde  $T_c > \gamma/4k$ .

Si se fija  $\mu, \Delta\mu$  para que coincidan con los puntos (a), (b) y (c) de la Fig. 6.11 se puede estudiar el poder de enfriado en función de la temperatura  $T_h$  del baño caliente y la diferencia relativa  $\Delta T/T_h$ . Las posiciones seleccionadas resultan en las mayores potencias de enfriado y corresponden a los factores de llenado cercanos a  $\nu = 8, 6, 4$  respectivamente. Los resultados

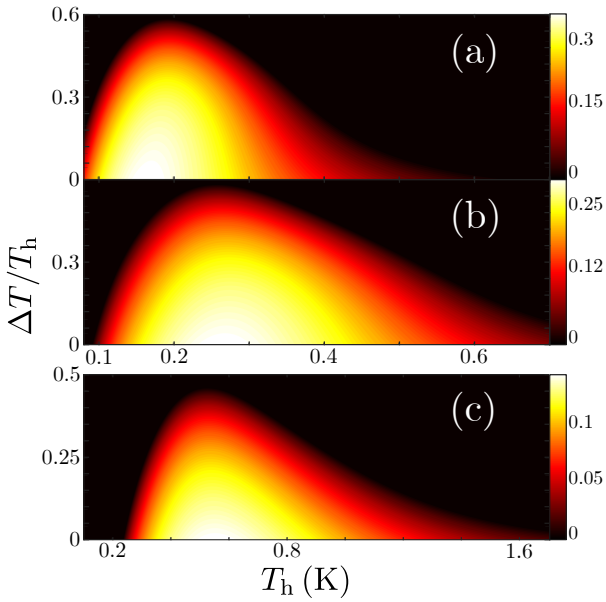


**Figura 6.11:** Gráficos de contorno para la potencia de enfriamiento normalizada por el límite cuántico,  $J_c/J_{qb}$  en función de  $\mu/(\hbar e/2m^*)$  y  $\Delta\mu/(\hbar e/2m^*)$  en una relación fija  $\Delta T/T_h = 0,1$ .  $\mathcal{T}(\varepsilon)$  se muestra como referencia en el panel inferior dentro del mismo rango de energías. La escala de colores cambia en cada panel. Los puntos (a), (b) y (c) son los indicados en la Fig. 6.10 en rosa y resumidos en la tabla 6.2

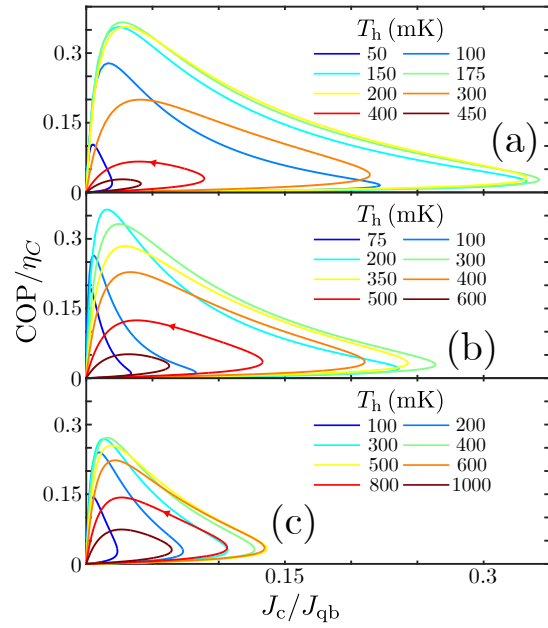
se resumen en la Fig. 6.12a. De la información de la Fig. 6.11 se observa que para bajas temperaturas sólo es posible enfriar cerca de  $\nu = 8$ , panel (a). De similares características son los resultados para el panel (b), pero aquí sólo es posible enfriar para temperaturas superiores a los 100 mK, resultando imposible alcanzar el régimen de baja temperatura en el pico cercano a  $\nu = 6$ . Sin embargo en este caso podemos enfriar a temperaturas más altas, hasta  $T_h \sim 750$  mK, gracias a que el ancho de los LL y del pozo del gap son superiores al anterior. Finalmente, el caso (c) es similar a (b) pero aumenta la mínima temperatura de enfriado alcanzable.

La figura 6.12b es una representación tipo lazo del coeficiente de rendimiento  $COP = J_c/P$ , normalizado con la eficiencia de Carnot ( $\eta_C = T_c/\Delta T$ ) en función del poder de refrigeración normalizado por el límite cuántico ( $J_{qb}$ ). El COP y el poder de refrigeración resultan de utilidad ya que en sistemas termoeléctricos la mayor eficiencia se logra cuando los parámetros conllevan a potencias de refrigeración bajas. Es importante entonces conocer los lugares óptimos del espacio de parámetros donde estudiar al sistema. En esta figura se representan los mismos puntos (a), (b) y (c). Los valores más grandes de  $J_c$  se dan para los menores COP, pero las regiones intermedias llevan a buenas opciones para estudiar el fenómeno experimentalmente.

Dados estos resultados, parece factible que un dispositivo Corbino como el que se usó para los experimentos de termovoltaje pueda utilizarse para realizar enfriamiento termoeléctrico a muy bajas temperaturas y altos campos magnéticos. Los estudios aquí presentados establecen las regiones y metodología necesaria para llevarlo a cabo experimentalmente tales estudios. Las



(a) Gráficos de contorno para los puntos indicados en 6.2. La escala de color indica la potencia de enfriado y está normalizada por el límite cuántico de Pendry.



(b) Coeficiente de rendimiento (COP) normalizado con la eficiencia de Carnot ( $\eta_C = T_c/\Delta T$ ) en función del poder de refrigeración normalizado por el límite cuántico ( $J_{qb}$ ). Las curvas surgen de modificar  $\Delta\mu/(\hbar e/2m^*)$  de  $-0.25$  a  $0.25$ . Cada panel se corresponde con los puntos indicados en la tabla 6.2 e indicados en la Fig. 6.11, en todos los casos  $\Delta T/T_h = 0,1$ .

Punto	$\mu$ ( $\hbar e/2m^*$ )	$\Delta\mu$
(a)	1.85	-0.064
(b)	2.459	-0.095
(c)	3.654	-0.144

**Tabla 6.2:** Se detallan los puntos utilizados en el texto para evaluar diferentes aspectos del comportamiento del sistema. Se los indica tanto en la Fig. 6.10 como en la Fig. 6.11

regiones del espacio de parámetros son dependientes de las características y conductancia de la muestra, pero a partir de una medición de ésta, puede aplicarse la metodología aquí presentada para pasar a mediciones de refrigeración.

Un paso inicial podría consistir en utilizar los dispositivos ya usados. Aplicando las tensiones requeridas en alguno de los anillos podría utilizarse el calentador como sensor térmico. Si bien la resolución sería baja podría proporcionar medios para producir estas mediciones rápidamente. Otra opción sería utilizar la respuesta termoeléctrica de otro anillo, en este caso la tensión aplicada para la refrigeración podría afectar la medición. Además la medición termoeléctrica no sería exactamente como la utilizada en los capítulos anteriores, si se aplican tensiones continuas la medición de termovoltaje pasa a ser continua también. También es posible utilizar la metodología que ya se detalló en el capítulo 5.6: a partir de las mediciones de conductancia se podría establecer la diferencia de temperatura producida. Finalmente, también podría utilizarse algún termómetro central, por ejemplo un enfoque de ruido de Johnson.

Como se mostró, el mapa de parámetros a tener en cuenta es muy grande, por lo que estos cálculos son críticos para poder realizar este tipo de mediciones.



## Conclusiones

A lo largo de este trabajo, se han discutido varios aspectos del transporte térmico, termoeléctrico y de magneto-transporte en los sistemas cuánticos.

El estudio de los efectos termoeléctricos en estados QH generó la necesidad de producir y determinar gradientes de temperatura en estos sistemas (estado QH). Esto condujo al uso de los dispositivos Corbino, un sistema interesante y complejo, que posee muchas ventajas sobre las barras Hall habituales. Al establecer una geometría de anillo se asegura el paralelismo entre el gradiente térmico y el voltaje termoeléctrico resultante. Esto derivó en uno de los principales objetivos a estudiar y explotar y pudo ser modelado aplicando un enfoque de transporte cuántico coherente descrito por una función de transmisión.

Como se mostró en la introducción y la discusión teórica inicial, el enfoque basado en la función de transmisión proporciona una poderosa herramienta de modelado. Dada la necesidad de comprender dicha teoría, y dado que el sistema final a estudiar, el efecto Hall cuántico, presenta muchas similitudes con el efecto Hall cuántico de espín, con canales de borde topológicos protegidos y quiralidad, y dada la relevancia de dichos sistemas se estudió un sistema QSH-nanomagneto. Este sistema de aislante topológico (TI) es importante por sí mismo, y no requiere el uso de campos magnéticos.

Mediciones recientes realizadas por Götz et al. [9] han demostrado la universalidad entre la resistencia Hall cuántica (QHR) y la resistencia cuántica anómala Hall en los TI. Dado su ritmo de desarrollo actual, se espera que en un futuro no muy lejano sean utilizados también en metrología, siempre que aumenten su temperatura de base de trabajo. Los TI son uno de los temas más destacados en la física de la materia condensada en la actualidad. Desde su descubrimiento, las investigaciones y patentes relacionados a los TI han aumentado constantemente,

hoy en día una simple búsqueda da como resultado cientos trabajos de investigación por año, con tendencia en aumento y son utilizados en más de 850 patentes ([www.lens.org](http://www.lens.org)).

Los resultados obtenidos para el sistema TI-nanomagneto brindan una perspectiva interesante sobre cómo controlar las corrientes de calor por medio del control del momento magnético de las islas magnéticas depositadas en la superficie [23]. También dio un marco para seccionar el problema en modelos de prueba de acuerdo con la escala de temperatura bajo estudio, que resultó de gran utilidad luego, cuando se aplicó el mismo formalismo a los experimentos y desarrollos termoeléctricos en los dispositivos Corbino. El problema de TI se pensó en términos de un sistema experimentalmente factible dado el estado del arte actual, y podría implementarse, siendo el cristal de TI y su procesamiento el principal problema técnico a superar, por supuesto además impone el uso de temperaturas de refrigeradores de dilución. La existencia de estados resonantes dentro del gap es una característica interesante para explorar, se proporcionaron ejemplos solo en el caso de un único dominio magnético, pero el problema puede ser extendido a un conjunto más grande, brindando la posibilidad de controlar sus características por medio de la magnetización relativa de las islas.

Luego se presentó el principal problema experimental a desarrollar, los dispositivos Corbino. Estos fueron producidos a partir de cristales crecidos en ETH Zürich, sobre los cuales se aplicaron los conocimientos y técnicas que el grupo de INTI ha desarrollado a lo largo del tiempo para llevar a cabo el diseño y microprocesamiento de los dispositivos. Lograr procesos optimizados es crítico cuando se desarrollan nuevas tecnologías sobre heteroestructuras de GaAs, y particularmente si se desea aplicar la I+D resultante en muestras estándar de laboratorio y otros dispositivos metrológicos, también si se busca generar posibles innovaciones basadas en ellas en el futuro.

Las muestras iniciales procesadas localmente y otras realizadas en Alemania funcionaron correctamente, si bien las mediciones iniciales mostraron problemas en el diseño y en los sistemas de medición utilizados. Luego se optimizó y mejoró el diseño y el sistema de medición para el estudio del problema termoeléctrico y de medición de temperatura. Por ejemplo, se seleccionaron adecuadamente los amplificadores, los tiempos de retardo de medición, asegurando campos magnéticos estacionarios y un mejor enfoque geométrico con respecto a la configuración de los anillos con el fin de mejorar las mediciones del gradiente térmico, entre otros. Los experimentos iniciales confirmaron que los anillos se comportaban de forma independiente, al menos desde el punto de vista de estos experimentos.

Una desventaja del sistema Corbino es que se pierde el acceso a la resistencia transversal Hall. En este sentido, y para demostrar la robustez del sistema se realizó el experimento de raspado de una muestra. El raspado fue lo suficientemente profundo como para destruir la unión del contacto y del 2DES. Las mediciones sobre este sistema demuestran que se recupera

la QHR esperada, pero manteniendo las características de la muestra Corbino en los anillos que no sufrieron el proceso de raspado, una prueba de la robustez del estado Hall cuántico y las características topológicas del efecto.

El uso del calentador central demostró ser suficiente para producir la polarización de temperatura deseada en las muestras, tanto en la configuración de dedo frío como en sistema húmedo. Ambos casos fueron modelados por elementos finitos, y los resultados del modelado se conciden con los resultados experimentales.

En los estudios termoeléctricos el enfoque del segundo armónico fue fundamental para mejorar las mediciones, un enfoque de corriente continua hubiese implicado tiempos de medición muy largos y también menor resolución final. Cabe preguntarse si el sistema respondía a la frecuencia de excitación. Por medio de mediciones a diferentes frecuencias y potencias se demostró que los dispositivos y el sistema electrónico respondieron a las frecuencias utilizadas y que las mediciones fueron realizadas en estado estacionario. Se encontraron dos limitaciones, a baja frecuencia el sistema criogénico de dedo frío presentó un desacople en la transferencia térmica, cerca de 2 Hz, lo que limitó el uso de frecuencias cercanas. Por otro lado los amplificadores utilizados para las mediciones de termovoltajes requerían frecuencias de trabajo por debajo de 1 kHz.

Un punto muy importante, tanto para los experimentos termoeléctricos, como para los fines propios de la tesis era la determinación de temperaturas del sistema electrónico. Las mediciones de termovoltaje resultaron en estimaciones de la diferencia de temperatura de los contactos de los anillos. Éstas fueron contrastadas con mediciones realizadas por medio de la dependencia térmica de la conductancia de la muestra. El uso de la dependencia de la temperatura de la conductancia proporciona medios para medir un gradiente de temperatura  $\Delta T_0$ , pero como se discutió, este no es el mismo componente obtenido al modelar el sistema a través de su respuesta termoeléctrica donde se obtiene  $\Delta T_2$ , como se mostró en la ecuación 5.5. La técnica de medición de diferencias térmicas empleada resultó efectiva para las mediciones requeridas, pudiendo determinar cambios de pocos milikelvin a temperaturas de cientos de milikelvin. Resulta muy importante la selección de la posición de campo en la cual mirar la conductancia para su implementación. No es sencillo entonces generar un sensor universal en este sentido, ya que su sensibilidad y resolución son dependientes del campo magnético utilizado. No obstante, podría salvarse este tipo de inconveniente por medio del uso de top-gates.

Como se mencionó, otras técnicas de medición de temperatura son posibles. Por ejemplo la termometría de ruido, otro ejemplo es el uso de transistores de un solo electrón en la superficie del dispositivo [102] que permiten medir las variaciones de potencial químico frente a la temperatura. También la termometría de puntos cuánticos que podrían incluirse a los lados de las muestras. Todas ellas proporcionan otras posibilidades y alcances. Se espera que estudios fu-

turos continúen con el problema presentado. Se cree que la metodología adquirida proporciona un método confiable para ser incluido en muestras futuras. El método de medición de temperatura fue utilizado en más de una muestra, pero resta proporcionar un dispositivo de trabajo integrado, por ejemplo en una barra Hall. Por esto, es posible afirmar que se logró alcanzar una preparación tecnológica entre 3 y 4 de acuerdo a los lineamientos de OECD [103].

En cuanto al efecto termoelectrico, los dispositivos de Corbino resultaron ideales para estudiar el problema. A lo largo de la tesis se comprobó que el comportamiento resultante en los niveles de Landau se explican únicamente por el efecto termoelectrico dado por las diferencias térmicas.

Hay dos fuentes de dispersión inelástica en estos sistemas: electrón-fonón y electrón-electrón. No se encontraron señales de interacciones electrón-fonón, incluso a temperaturas tan altas como 1,5 K. La interacción electrón-electrón podría ser importante a temperaturas menores a las utilizadas o también dentro del gap.

Se observó que para los factores de llenado más altos, cuando el sistema está en la región de oscilaciones de Shubnikov de Hass, el comportamiento se asemeja al esperado de trabajos anteriores. Aquí, el conjunto de niveles de Landau genera el cruce por cero de  $\mathcal{L}_{12}$ , resultando en un cambio de signo de  $V_{tp}$ . Se proporcionó un modelo del sistema basado en una función de transmisión obtenida a partir de una aproximación autoconsistente.

Para factores de llenado más bajos, es decir, cuando el campo magnético es lo suficientemente grande como para que exista una relación uno a uno entre el potencial químico y el campo magnético, es posible modelar el sistema aproximando la función de transmisión por medio de la conductancia medida experimentalmente a la temperatura más baja posible.

El modelo obtenido predijo satisfactoriamente las diferencias de potencial térmicas medidas a diferentes temperaturas criogénicas, a diferentes potencias del calentador, en diferentes anillos y muestras, demostrando que es una excelente herramienta para estudiar estos sistemas.

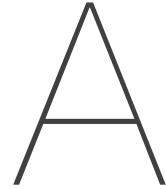
No se esperaba obtener respuestas de termovoltaje tan pronunciadas en el gap de movilidad. Se vio claramente que la respuesta en los LLs fue la esperada, respondiendo al modelo en fase y teniendo una respuesta nula fuera de fase. En el gap, el modelo solo proporciona un único cambio de signo y una respuesta más grande que en el LL, pero con órdenes de magnitud menor a la medida  $\sim 10 \mu\text{V}$ . Las diferencias de potencial obtenidas en el gap son repetibles, esto es, ciclando las muestras y midiendo nuevamente se obtienen las mismas respuestas, que dependen de la diferencia de temperatura y de la temperatura de base. También, en esta región la respuesta no es únicamente en fase a la excitación, resulta ser que la componente en contrafase es no nula y tiene el mismo orden de magnitud. Este efecto requiere un estudio en profundidad, y probablemente implique tener en cuenta los efectos capacitivos intrínsecos del 2DES y la transferencia de carga a los canales de borde.

Volviendo al efecto termoeléctrico, dadas las correctas predicciones del modelo se desarrolló la teoría para predecir posibles propiedades de refrigeración. Como se mostró para el sistema TI-nanomagneto, comportamientos similares a los de un pozo y similares a los de funciones de Lorentz inducen una gran figura de mérito que caracteriza la eficiencia termoeléctrica del sistema. Resolviendo las corrientes de calor usando la función de transmisión desarrollada para el modelo de termovoltajes, se produjo un mapa de parámetros de potencial químico (tensión), campo magnético y temperaturas de contactos, de las posibilidades de refrigeración Peltier de los dispositivos Corbino. Esta información es crucial para sondear experimentalmente estos resultados –el mapeo permite entender cómo aplicar el campo magnético y la tensión dependiendo de la temperatura del sistema–, lamentablemente no fue posible realizar experimentos en este sentido antes de concluir esta tesis. Por esto este desarrollo aún está en una etapa 1 de la escala de preparación tecnológica. Si el sistema resulta ser el esperado, este efecto proporcionaría un medio para generar refrigeración al 2DES en ambientes criogénicos, lo que tendría muchas posibles aplicaciones tecnológicas directas. Nuevamente, es altamente dependiente del campo magnético, pero debería ser posible vislumbrar métodos para solucionar esta limitación.

Sigue siendo una pregunta abierta cuánto podrían mejorarse los resultados obtenidos midiendo la conductancia a temperaturas mucho más bajas. De trabajos anteriores sabemos que podríamos aplicar enfoques similares hasta 100 mK, qué pasaría por debajo de esta temperatura, cuando el desacoplamiento de fonones impide generar el gradiente térmico en el sustrato de la forma que lo hicimos aquí. ¿Podríamos usar mediciones de conductancia de decenas de mili kelvin para mejorar el modelo?

Finalmente, consideramos que los desarrollos aquí presentados serán aplicados a dispositivos utilizados regularmente en el Departamento de Metrología Cuántica y en laboratorios de tecnología e investigación. La metodología de modelado presentada resultó ser una herramienta poderosa para predecir el comportamiento termoeléctrico y de transporte de los dispositivos estudiados.





## Apéndice A

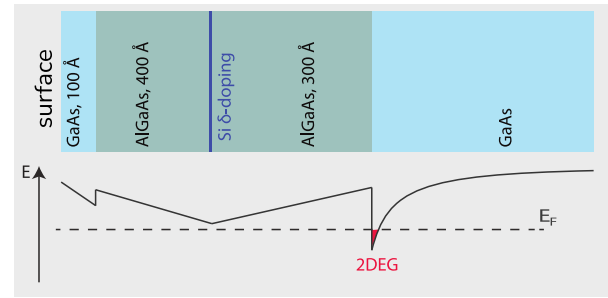
### A.1. Recetas de sala limpia y técnicas de laboratorio

Las muestras generalmente se cultivan mediante epitaxia de haz molecular (MBE). Las recetas para producir muestras de alta movilidad como las utilizadas en esta tesis son muy complejas y requieren un control atómico preciso durante el crecimiento. La figura A.1 presenta una vista muy esquemática de una sección de muestra. Primero se cultiva una sección amortiguadora (buffer) a partir de un cristal comercial de GaAs, luego se cultiva una super-red, destinada a igualar las diferencias cristalinas en la estructura. Se pasa luego a generar una capa de AlGaAs y en ésta un dopaje Si-delta, que proporcionará las cargas adicionales que migrarán al pozo cuántico de energía resultante en la interfaz (ver figura). Se finaliza con una capa de GaAs para proteger la muestra de oxidación y otros posibles contaminantes. El tamaño de cada capa mostrada aquí es una referencia, ya que la disposición de capas y la cantidad de capas atómicas cambian dependiendo del tipo de muestra a la que se apunte, ver por ejemplo Baca and Ashby [104] y las referencias allí mencionadas, también [105], se puede encontrar información de interés en <http://faculty.ee.princeton.edu/pfeiffer/research.html#section1>.

El microprocesamiento de las muestras resulta crítico a la hora de generar dispositivos. En la figura A.2 se esquematizan los pasos principales para generar las muestras que se discuten en este trabajo:

1. Limpieza del galio posterior de las muestras, utilizado en el proceso de cultivo para adherirlas al sistema de crecimiento MBE. Se coloca un paño sobre la muestra volteada, se coloca sobre una placa caliente y se retira suavemente el Ga deslizando la parte posterior. Pude utilizarse un recubrimiento de fotoresina para proteger redeposición de Ga en

**Figura A.1:** Vista esquemática de una sección de muestra, generalmente se compone de una capa amortiguadora seguida de una estructura de super-red que no se esquemmatiza en este caso, esta super-red permite relajar las tensiones resultantes por la transición de distribución espacial entre el sustrato y la región crecida por MBE. Luego se introduce el AlGaAs y en él un dopaje Si-delta, cuyas cargas libres migran al pozo de energía, aquí es donde se obtiene el 2DES. La capa superior suele ser una tapa de terminación (*cap*) terminada en GaAs que protege a la muestra de oxidación y de otros químicos. Al producir los contactos óhmicos es importante alcanzar el 2DES en el interior de la muestra.



la cara superior del cristal,

2. Corte de muestras, simplemente marcándolas con una punta de diamante, colocándola sobre un paño blando y rodando suavemente un cilindro por el dorso. La mayoría de las muestras tienen un tamaño de aproximadamente 4 mm por lado.
3. La limpieza de la superficie se realizó con un proceso RCA de solventes habituales (acetona, isopropílico, agua de-ionizada) a temperatura ambiente y secado por aire seco soplado.
4. Deshidratación en horno, 250 °C durante una hora. Este paso no se optimizó, pero resultó ser lo suficientemente bueno para asegurar una correcta adhesión posterior de la fotoresina (PR). En las muestras procesadas en INTI no se utilizó primer.
5. Litho 1, para generación de la meseta, exposición (i) y revelado (ii).
6. Comido de las muestras (húmedo) con ácidos habituales. Se utilizó primordialmente  $\text{HCl} \cdot 4 \text{H}_2\text{O}_2 \cdot 40 \text{H}_2\text{O}$  a 10 °C. La solución debe prepararse durante el día de uso, enfriarse en el congelador y desecharse más tarde. Es crítico agitar suavemente la muestra durante este proceso para asegurar un proceso homogéneo. En caso de obtener redeposición de Ga pueden utilizarse recetas alternativas, ver [104].
7. Después de la formación de la mesa, una segunda litografía establece los contactos óhmicos (iv)
8. La metalización (vi) de los contactos es un compuesto eutéctico de Au:Ge/Ni (88:12 %wt) [104, 106]. Se produjo por evaporación térmica de los metales individuales en un horno en vacío. Luego se realizó el lift-off utilizando acetona. Cabe mencionar que no se utiliza agitación directa (shaker), los cristales en desarrollo son frágiles y no es conveniente. En caso de requerir movimiento del líquido en cualquiera de los pasos del proceso es conveniente utilizar un imán de agitación en el recipiente.
9. Recocido de contactos: se produjo utilizando un RTA y es crítico para inducir la difusión de metales hacia el interior de la muestra, que resulta finalmente en el contacto eléctrico

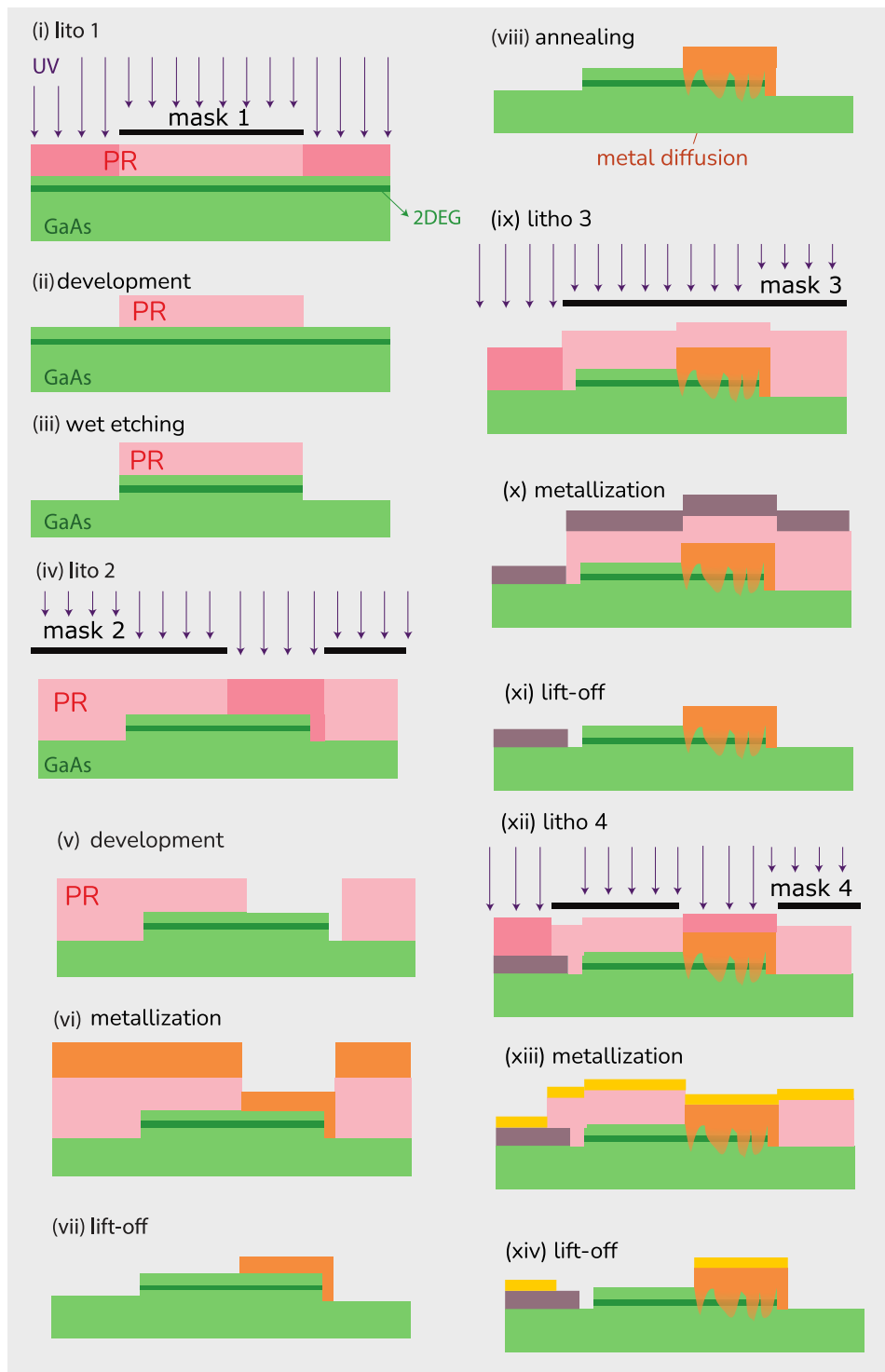
adecuado con el 2DES. El proceso fue optimizado para los sustratos utilizados resultando en aproximadamente 400 °C a 420 °C durante 5 minutos en atmósfera de nitrógeno seco, de ser posible una atmósfera de argón resulta ser ideal.

10. La siguiente litografía (ix) produce el calentador.
11. Metalización del calentador: la metalización se produjo mediante pulverización catódica de Cr (sputter-INTI) y deposición metálica por haz de electrones de AuPd (MPI).
12. El lift-off de esta etapa de metalización resultó complicada, la pulverización catódica es muy buena para lograr recubrimiento en laterales, por esto se debe prestar particular cuidado en asegurar el desarrollo adecuado del perfil negativo de la foto-resina utilizada.
13. Litografía final para producir la capa de oro de recubrimiento final de los contactos con el fin de facilitar el bonding a los contactos del portamuestra. En esta etapa se cubren tanto los contactos óhmicos como los contactos del calentador. La metalización final es de aproximadamente 150 nm de Au. Debe asegurarse que el espesor sea tal que reduzca la rugosidad de los contactos óhmicos para mejorar la adhesión del bonding.
14. Una vez finalizadas, las muestras se montaron en los soportes. En el caso de INTI se utilizó un adhesivo de montaje termo-conductor y eléctricamente aislante. Mientras que las muestras producidas en MPI se adhirieron utilizando fotoresistencia sólo en un costado.
15. Finalmente se realiza el bonding, donde resultó importante calentar la superficie de los portamuestra para optimizar la adherencia final.

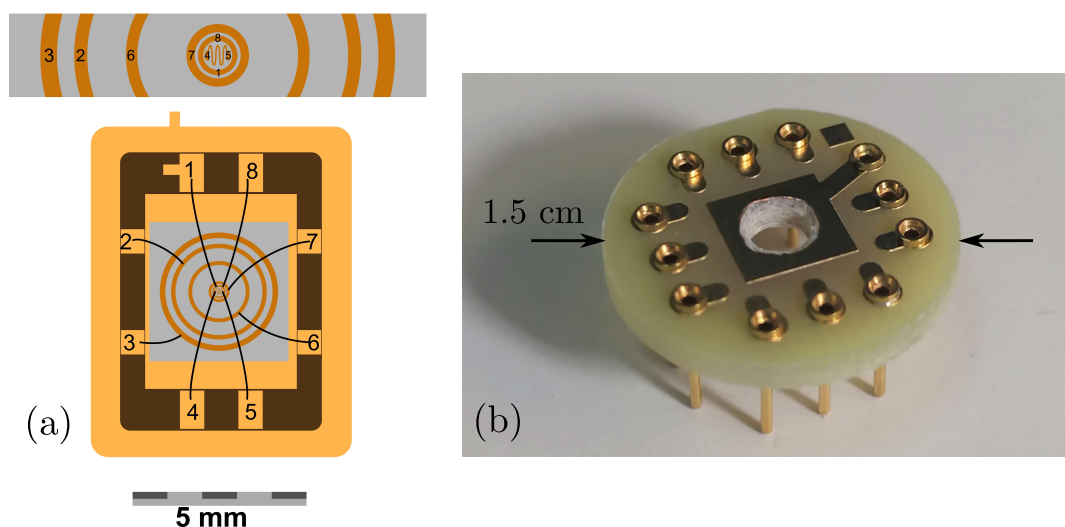
## A.2. Propiedades de las muestras

contact	Ohmic Contacts radii (um)	
	inner	outer
contact1		200
contact2	250	300
contact3	800	900
contact4	1300	1400
contact5	1600	1750

**Tabla A.1:** Sample dimensions are provided here. These correspond to the final set of samples we have used for the measurements.



**Figura A.2:** Esquema de los pasos de procesamiento. Los detalles de cada uno se discuten en el texto.



**Figura A.3:** (a) Esquema de bondeo de las muestras, se incluye el diseño del portamuestras comercial de 8 pines. Es un soporte rectangular con patas enchapadas en oro en una base cerámica estándar. La base de montaje de este portador está enchapada en oro, por lo que tiene una muy buena conductividad térmica. Con el fin de evitar contacto directo entre la muestra y la base enchapada del portamuestra se perforó un agujero. Este portamuestra es el estándar utilizado en ETH.

(b) Portamuestras estándar utilizado en INTI. Se muestra el orificio perforado central. Este portamuestras fue diseñado en el laboratorio y se produjo a partir de una placa FR4 por una empresa comercial. Los pines son enchapados en oro y se sueldan individualmente al soporte. Las muestras se montan utilizando epoxi para encapsular termo-conductor aislante eléctrico comercial. Se utilizaron para probar varias muestras producidas en INTI.

	4,2 K dark	4,2 K ill	1,3 K dark	1,3 K ill
<b>D190130A</b>				
sheet resist ( $\Omega$ )	2.509	1.639	1.062	0.6275
densidad ( $\times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ )	2.733	3.498	2.729	3.497
movilidad ( $\times 10^6 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-2} \text{ s}^{-1}$ )	9.102	10.89	21.54	28.44
<b>F150709B</b>				
sheet resist ( $\Omega$ )	2.066	1.681	0.9885	0.7454
densidad ( $\times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ )	3.065	4.421	3.065	4.397
movilidad ( $\times 10^6 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-2} \text{ s}^{-1}$ )	9.856	8.402	20.60	19.05

**Tabla A.2:** Características de las muestras. Se midieron a partir de piezas de la misma oblea que las muestras utilizadas para los dispositivos. Estas medidas se realizaron mediante técnicas habituales de contactos de 4 puntos de van der Paaw, los contactos se produjeron por recocido de indio en atmósfera de forming-gas.



# B

## Apéndice B

### B.1. Información extra en algunos sistemas de medida

Las medidas de conductancia se produjeron por medio de un conversor de corriente a voltaje, que se muestra en la Fig. B.1. Posee diferentes configuraciones de amplificación. Se estudió su respuesta en frecuencia en el rango 0 kHz a 1 kHz, donde resultó ser plana. Se optó por este amplificador en vez de utilizar la entrada de corriente de los lock-in.

El setup de medición de ETH se muestra en la Fig. B.2. Aún cuando se tenía acceso a varios lock-in, sólo se tenía un DCamp de dos canales, por lo tanto sólo dos dispositivos termoleéctricos pudieron estudiarse simultáneamente en cada medición.

Se denomina al amplificador DC, pero tiene ganancia plana hasta los  $1 \times 10^4$  Hz. En la mayoría de los casos se trabajó con los mejores tiempos de integración desde el punto de vista de la desviación de Allan, que se alcanza cerca de 1 s y resulta ser aproximadamente en una desviación entre puntos de 3 nV.

El amplificador posee las siguientes características principales [79] :

- Resistencia de entrada:  $> 10 \text{ T}\Omega$
- Resistencia diferencial de entrada:  $> 1 \text{ T}\Omega$
- Capacidad de entrada: 10 pF at 10 Hz
- Capacidad diferencial de entrada:  $< 1 \text{ pF}$  at 10 Hz
- Tensión de offset de entrada:  $< 2 \mu\text{V}$
- Deriva de tensión de offset de entrada:  $< 0,1 \mu\text{V d}^{-1}$

**Figura B.1:** Imagen del convertor I-U utilizado para las mediciones de conductancia. La respuesta de este dispositivo en el rango de 0 kHz a 1 kHz resultó ser plana. Está basado en un OPA627BM.

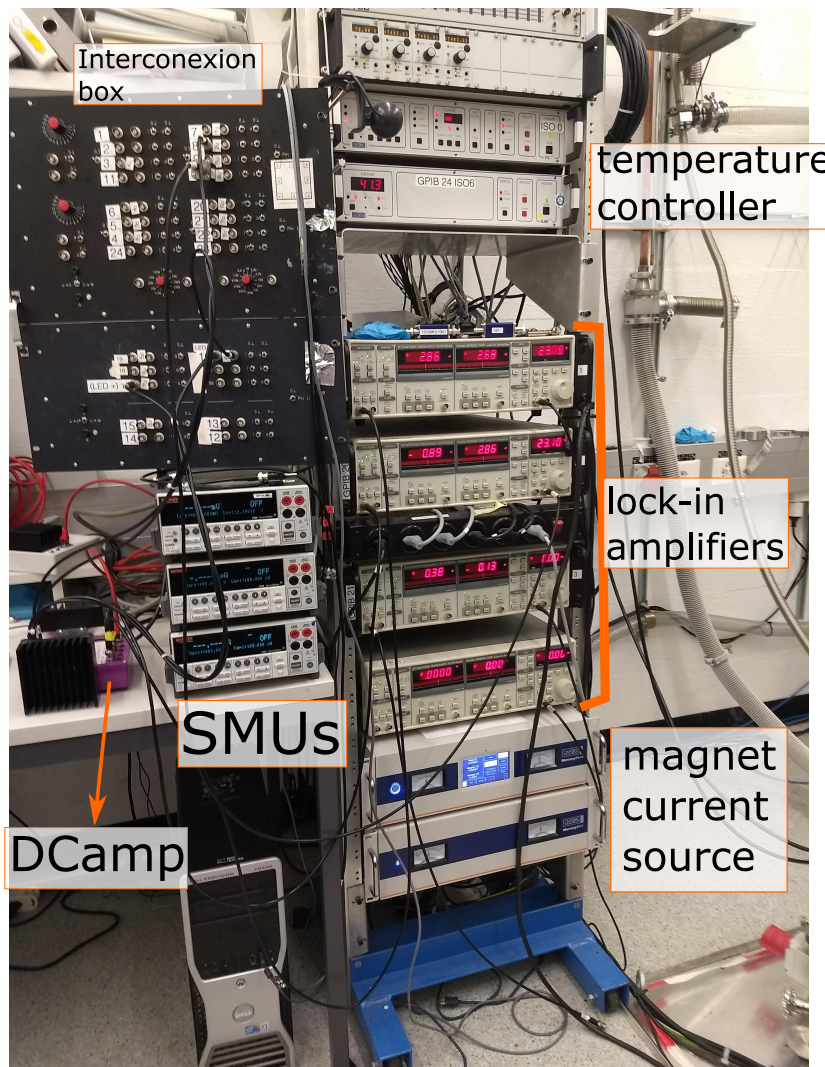


Este sistema presenta un largo tiempo de estabilización, especialmente si se está utilizando interconexiones BNC, como nuestro caso, por lo que se prestó especial atención a no perturbar el sistema para asegurar sus correctas condiciones de funcionamiento: dejando 10 minutos de estabilización una vez tocado sus conexiones, colocando mangueras de goma alrededor sus entradas de voltaje para garantizar la estabilidad térmica y evitar posibles campos electromagnéticos por contacto manual no deseado, estabilización inicial adecuada (se basa en un horno interno).

En la figura también se muestran varias SMU, se usaron como fuentes y volímetros mayormente para medidas de DC, en esos casos también se usaron volímetros independientes, no mostrados, que tenían mejores especificaciones que las SMU.

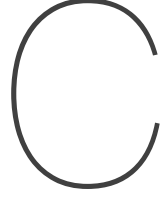
Todos los sistemas estaban controlados por una computadora y un software propietario, por lo que una vez que se estableció una configuración de medición, fue posible producir mediciones automáticas, dado que el sistema permite controlar el calentamiento de la bomba sorb de forma remota, también fue posible recondensar a través del software. Por lo general, eran posibles alrededor de 8 a 13 horas de trabajo continuo, dependiendo de las condiciones de calefacción utilizadas.

Se debe mencionar que no se calibraron los LIA antes de su uso en este trabajo, poseen sólo una calibración posterior a la entrega. Se verificaron solo con las referencias disponibles.



**Figura B.2:** Sistemas de medición utilizados en experimentos ETH, un conjunto de amplificadores de bloqueo, la fuente de corriente del imán y un controlador de temperatura a la derecha. La caja negra de la izquierda es el sistema de interconexión a la muestra a partir de la cual es posible seleccionar varias configuraciones configurando manualmente configuraciones abiertas-cortas, esto significaba que las configuraciones tenían que ser producidas in-situ por lo que no era posible la automatización en este sentido. . Luego también se muestran varias SMU y el DCamp.





## Apéndice C

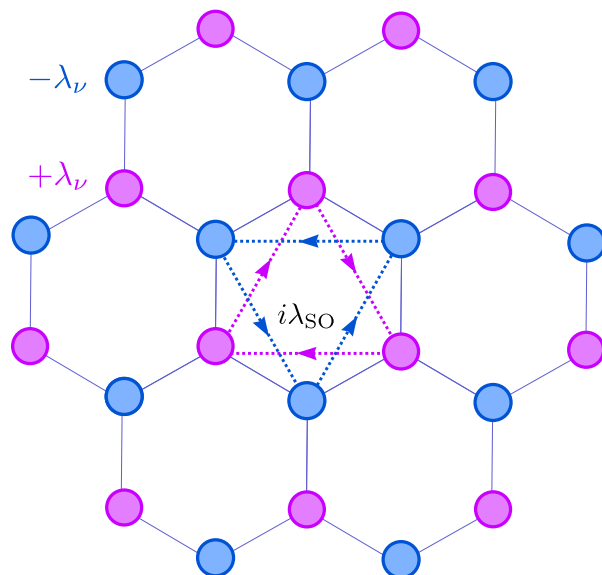
Para entender el comportamiento de los TI es conveniente discutir el modelo de Kane y Mele [10, 45] de grafeno que fue utilizado luego por Bernevig y colaboradores [12] para predecir el estado encontrado en HgTe/CdTe por el grupo de Molenkamp [42]. Este modelo permite entender los pares de canales de borde de espín, protegidos topológicamente, separados por un volumen aislante.

### C.1. Modelo TI para grafeno

La descripción del modelo de Kane y Mele en grafeno permite ver el origen de los pares de Kramer. Este modelo hace uso de un resultado previo de Haldane [107] que utiliza dos redes triangulares entrelazadas en la que cada una presenta una interacción igual y opuesta, ver Fig. C.1. Sobre esta estructura se plantea el Hamiltoniano de tight-binding incluyendo una interacción de espín-órbita  $\lambda_{so}$  invariante ante inversión temporal

$$H = t \sum_{\langle ij \rangle} c_i^\dagger c_j + i\lambda_{so} \sum_{\langle\langle ij \rangle\rangle} v_{ij} c_i^\dagger \sigma_z c_j + \lambda_r \sum_{\langle ij \rangle} c_i^\dagger \left( \vec{\sigma} \times \vec{d}_{ij} \right)_z c_j + \lambda_v \sum_i \xi_i c_i^\dagger c_i \quad (\text{C.1})$$

el primer término corresponde al hopping entre primeros vecinos donde se utilizó que  $c_i = (c_{i\uparrow}, c_{i\downarrow})$ . El segundo término corresponde a la interacción espín-órbita que depende del hopping a segundos vecinos donde  $v_{ij} = 2/\sqrt{3}(\hat{d}_1 \times \hat{d}_2)_z = \pm 1$ . Los  $\hat{d}_i$  son los versores unitarios que se indican en la Fig. C.1. El tercer término corresponde a la interacción espín-órbita de Rashba, donde se incluyen las matrices de Pauli  $\vec{\sigma}$ , éste término rompe explícitamente la simetría  $z \rightarrow -z$ , y tiene relevancia cuando se aplican campos eléctricos perpendiculares o existe interacción con el sustrato. Finalmente el cuarto término, donde  $\xi_i = \pm 1$ , da cuenta de la in-



**Figura C.1:** Estructura de graphene, el modelo de Kane y Mele toma dos redes, rosa y azul, con una interacción de misma magnitud pero opuesta entre subredes. Además suma la interacción espín órbita (SO) en cada una de ellas, modelada aquí con el parámetro  $λ_{SO}$ . La dirección de las flechas representa la dirección de la interacción, que es opuesta para cada sub-red.

teracción entre las dos subredes triangulares, y es el responsable de la transición entre la fase de aislante normal y la de estado QSH. Este término rompe simetría ante rotaciones dobles en el plano.

La diagonalización se realiza utilizando la base  $ψ_σ(\vec{R} + α\vec{d}) = u_{ασ}(\vec{k}) \exp i\vec{k} \cdot \vec{R}$ ,  $α = 0, 1$  indica la subred, siendo  $\vec{R}$  el vector de la red de Bravais, cuyos vectores primitivos son  $\vec{a}_m = a/2(\sqrt{3}\hat{y} \pm \hat{x})$  y entonces  $\vec{d} = a\hat{y}/\sqrt{3}$ . Reescribiendo el Hamiltoniano en esta base resulta

$$H(\vec{k}) = \sum_m^5 d_m(\vec{k})\gamma^m + \sum_{m<n}^5 d_{mn}(\vec{k})\gamma^{mn} \quad (C.2)$$

siendo  $\gamma^m$  las matrices de Dirac ( $\gamma^0 = \sigma^3 \otimes I$ ,  $\gamma^j = \sigma^2 \otimes \sigma^j$  con  $j = 1, 2, 3$ ) y donde los  $d_m$  contienen la información de los parámetros del Hamiltoniano original. Aquellos no nulos son

$$\begin{aligned} d_1 &= t(1 + 2 \cos x \cos y) & d_{12} &= -2t \cos x \sin y \\ d_2 &= \lambda_v & d_{15} &= \lambda_{so} (2 \sin 2x - 4 \sin x \cos y) \\ d_3 &= \lambda_r(1 - 2 \cos x \cos y) & d_{23} &= -\lambda_r \cos x \sin y \\ d_4 &= -\sqrt{3}\lambda_r(\sin x \sin y) & d_{24} &= -\sqrt{3}\lambda_r \sin x \cos y \end{aligned}$$

siendo  $x = (1/2)k_x a$ ,  $y = (\sqrt{3}/2)k_y a$ .

El operador de inversión temporal queda definido como  $T |u_{ασ}(\vec{k})\rangle = I_{2 \times 2} \otimes s^y |u_{ασ}(\vec{k})\rangle^*$ , y resulta que las matrices de Dirac son invariantes ante él ( $T\gamma^j T^{-1} = \gamma^j$ ), pero los conmutadores son impares ( $T\gamma^{jk} T^{-1} = \gamma^{jk}$ ). La periodicidad cristalina se mantiene, por lo cual para un vector  $\vec{K}$  de la red de Bravais se tiene  $H(\vec{k}) = H(\vec{k} + \vec{K})$ . Estas propiedades hacen que el hamiltoniano quede definido en un espacio toroidal, y dadas las características de invarian-

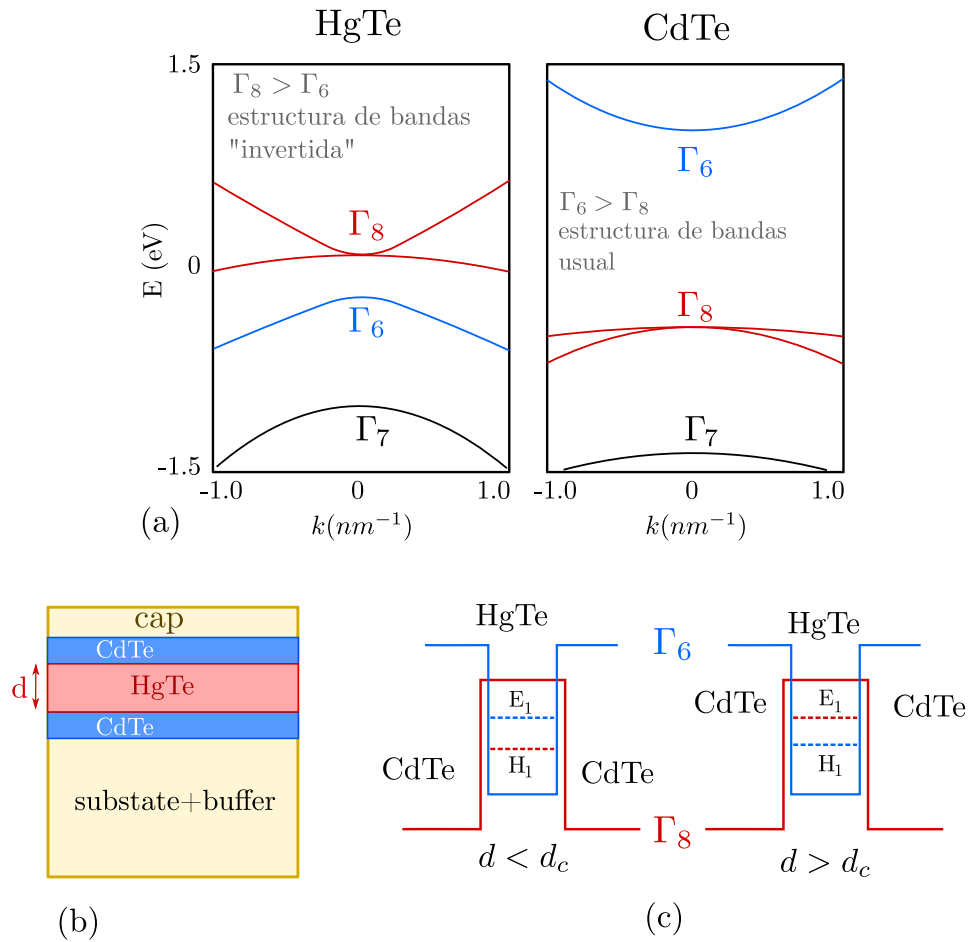
za temporal resulta que los parámetros  $d_m$  son simétricos y los  $d_{mn}$  antisimétricos frente a cambios  $\vec{k} \rightarrow -\vec{k}$ .

El valor de  $\lambda_r$  determinará el comportamiento del sistema (ver regiones indicadas en el inserto de la Fig. 2.6). Cuando  $\lambda_r = 0$  se tiene un gap de magnitud  $|6\sqrt{3}\lambda_{SO} - 2\lambda_v|$  y la fase topológica se da cuando  $\lambda_v < 3\sqrt{3}\lambda_{SO}$ . Por lo tanto se obtienen canales de borde apareados y de espín opuestos[10].

Este modelo fue extendido por Bernevig et al. [12] y medido luego por König et al. [42] para pozos cuánticos en films heteroestructurados de CdTe/HgTe.

En este caso el sistema presenta una inversión de bandas como la que se esquematiza en la figura C.2. Dependiendo del ancho de la capa de HgTe el sistema invierte la posición de las bandas  $\Gamma_8$  (correspondiente a orbitales p) y  $\Gamma_6$  (correspondiente a orbitales s), que resulta en un sistema que puede modelarse como en el caso ya presentado del grafeno. Utilizando la notación de la figura, el sistema resulta dependiente del ancho de la capa de HgTe: para  $d < d_c \rightarrow M > 0$  y existirán pares de Kramer, si en cambio  $d > d_c \rightarrow M < 0$  el sistema es normal. La distancia crítica es  $d_c \sim 6,2$  nm mientras que el parámetro del gap dado por  $M$  es la diferencia de energías  $M = E_1 - H_1$ , siendo estas últimas las energías de banda en el punto  $\Gamma$ . El parámetro  $M$  también es denominado parámetro de masa (efectiva) y es el que determina las propiedades del sistema. El sistema presenta un cruce de bandas como en el caso del grafeno y por lo tanto para el régimen normal el gap posee una conductancia nula, mientras que en el régimen QSH resulta ser  $G = 2e^2/h$ .

En el QSH una medición de transporte requiere modificar el nivel de Fermi para pasar del estado aislante normal al estado topológico. En la Fig. ?? se esquematiza el comportamiento de una medición de transporte, donde se asume que se realiza un cambio del nivel de fermi  $\mu_F$  por medio de un top-gate. En una medición a dos terminales el cambio en la tensión de gate hace que el sistema pase de la región dopada-p a la región del gap y finalmente a la región dopada-n. En este recorrido, si el espesor característico  $d > d_c$  se obtiene la curva rosada típica del QSH al medir la conductancia entre  $L$  y  $R$ , mientras que si  $d < d_c$  se obtiene la curva celeste que corresponde a un aislante normal. Este espesor es una característica del cristal. Por otro lado en una medición de cuatro terminales, aplicando corriente entre  $R$  y  $L$  la conductancia longitudinal entre 1-3 y 2-4 resulta nula (curva celeste), demostrando la ausencia de disipación en el estado coherente. Si además medimos con un filtro de espín recuperaríamos la conductancia cuantizada del estado QSH en el gap.

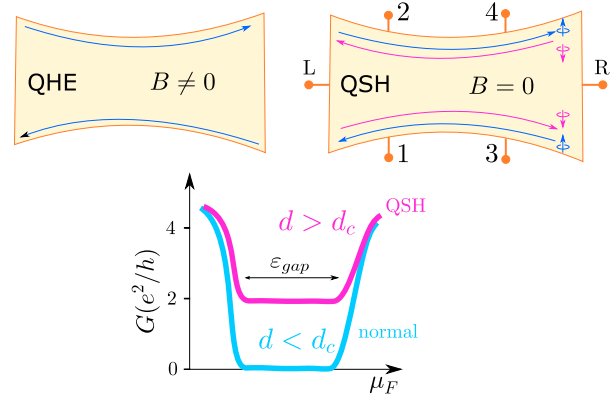


**Figura C.2:** (a) Estructura de bandas de compuestos de CdTe/HgTe heteroestructurados, el caso invertido y normal dependen del ancho de la capa de HgTe como se esquematiza en la figura (b). En esta última se da un esquema muy simplificado de estructura de capas. (c) Esquema del pozo cuántico y las energías de los estados obtenidos para anchos superiores e inferiores a la distancia crítica  $d_c$ . Adaptado de [11, 12].

**Figura C.3:** A la izquierda un esquema de los canales de borde del estado Hall cuántico que requiere un campo magnético externo  $B$ . En este caso cada canal viaja sin resistencia (no hay backscattering) en direcciones opuestas separados por el centro aislante del dispositivo. A la derecha se esquematiza el estado Hall cuántico de espín, que no requiere un campo magnético y también tiene una zona aislante que separa los pares de canales de conducción de Kramer, donde cada par tiene una dirección y espín definidos.

La geometría no afecta el comportamiento de los canales, por esto se los esquematiza con una forma arbitraria en la figura.

En la figura inferior se esquematiza el comportamiento de una medición de transporte, donde se asume que se realiza un cambio del nivel de Fermi  $\mu_F$  por medio de un top-gate. Mediciones a dos terminales resultarían en la curva rosada (QSH) por ejemplo al medir entre  $L$  y  $R$ . Ver el texto para más detalles.



# Bibliografía

- [1] CGPM. Resolution 1. In *Proceedings of the 26th CGPM*, 2018. 1, 7
- [2] Michael Stock, Richard Davis, Estefanía de Mirandés, and Martin JT Milton. The revision of the si—the result of three decades of progress in metrology. *Metrologia*, 56(2): 022001, 2019. 1
- [3] Ernst O Göbel and Uwe Siegner. *Quantum Metrology: Foundation of Units and Measurements*. John Wiley & Sons, 2015.
- [4] Waldemar Nawrocki. *Introduction to quantum metrology*. Springer, 2015.
- [5] Joaquín Valdés. Reviewing the revised international system of units (SI). In *Advances in Imaging and Electron Physics*, pages 121–186. Elsevier, 2019. doi: 10.1016/bs.aiep.2019.05.001. 1
- [6] K v Klitzing, Gerhard Dorda, and Michael Pepper. New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized hall resistance. *Physical review letters*, 45(6):494, 1980. 1, 7, 9
- [7] J Fröhlich and T Kerler. Universality in quantum hall systems. *Nuclear Physics B*, 354 (2-3):369–417, 1991. 1
- [8] TJBM Janssen, NE Fletcher, R Goebel, JM Williams, A Tzalenchuk, Rositsa Yakimova, Sergey Kubatkin, Samuel Lara-Avila, and VI Falko. Graphene, universality of the quantum hall effect and redefinition of the si system. *New Journal of Physics*, 13(9): 093026, 2011.
- [9] Martin Götz, Kajetan M Fijalkowski, Eckart Pesel, Matthias Hartl, Steffen Schreyeck, Martin Winnerlein, Stefan Grauer, Hansjörg Scherer, Karl Brunner, Charles Gould, et al. Precision measurement of the quantized anomalous hall resistance at zero magnetic field. *Applied Physics Letters*, 112(7):072102, 2018. 1, 3, 13, 79
- [10] Charles L Kane and Eugene J Mele.  $Z_2$  topological order and the quantum spin hall effect. *Physical review letters*, 95(14):146802, 2005. 2, 13, 14, 95, 97

- [11] B Andrei Bernevig and Shou-Cheng Zhang. Quantum spin hall effect. *Physical review letters*, 96(10):106802, 2006. 2, 13, 98
- [12] B. Andrei Bernevig, Taylor L. Hughes, and Shou-Cheng Zhang. Quantum spin hall effect and topological phase transition in hgte quantum wells. *Science*, 314(5806):1757–1761, 2006. ISSN 0036-8075. doi: 10.1126/science.1133734. 2, 13, 14, 95, 97, 98
- [13] Markus König, Hartmut Buhmann, Laurens W. Molenkamp, Taylor Hughes, Chao-Xing Liu, Xiao-Liang Qi, and Shou-Cheng Zhang. The quantum spin hall effect: theory and experiment. *Journal of the Physical Society of Japan*, 77(3):031007, 2008. 2, 13
- [14] Christopher Monroe, Michael G Raymer, and Jacob Taylor. The us national quantum initiative: From act to action. *Science*, 364(6439):440–442, 2019. 2
- [15] Antonio Acín, Immanuel Bloch, Harry Buhrman, Tommaso Calarco, Christopher Eichler, Jens Eisert, Daniel Esteve, Nicolas Gisin, Steffen J Glaser, Fedor Jelezko, et al. The quantum technologies roadmap: a european community view. *New Journal of Physics*, 20(8):080201, 2018.
- [16] AK Fedorov, AV Akimov, JD Biamonte, AV Kavokin, F Ya Khalili, EO Kiktenko, NN Kolachevsky, YV Kurochkin, AI Lvovsky, AN Rubtsov, et al. Quantum technologies in russia. *Quantum Science and Technology*, 4(4):040501, 2019.
- [17] David Kramer. Israel has become a powerhouse in quantum technologies. *Physics Today*, 74(12):24–27, 2021. 2
- [18] Yafis Barlas and Kun Yang. Thermopower of quantum hall states in corbino geometry as a measure of quasiparticle entropy. *Physical Review B*, 85(19):195107, May 2012. doi: 10.1103/physrevb.85.195107. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.85.195107>. 3, 14, 19, 65
- [19] Liliana Arrachea and Felix von Oppen. Nanomagnet coupled to quantum spin hall edge: An adiabatic quantum motor. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 74:596–602, Nov 2015. ISSN 1386-9477. doi: 10.1016/j.physe.2015.08.031. 3, 21
- [20] Qinglei Meng, Smitha Vishveshwara, and Taylor L. Hughes. Spin-transfer torque and electric current in helical edge states in quantum spin Hall devices. *Phys. Rev. B*, 90(20):205403, Nov 2014. ISSN 2469-9969. doi: 10.1103/PhysRevB.90.205403.

- [21] P. G. Silvestrov, P. Recher, and P. W. Brouwer. Noiseless manipulation of helical edge state transport by a quantum magnet. *Phys. Rev. B*, 93(20):205130, May 2016. ISSN 2469-9969. doi: 10.1103/PhysRevB.93.205130. 3, 21
- [22] Liang Fu and Charles L Kane. Josephson current and noise at a superconductor/quantum-spin-hall-insulator/superconductor junction. *Physical Review B*, 79(16):161408, Apr 2009. ISSN 2469-9969. doi: 10.1103/PhysRevB.79.161408. 3, 21
- [23] Daniel Gresta, Mariano Real, and Liliana Arrachea. Optimal thermoelectricity with quantum spin hall edge states. *Physical Review Letters*, 123(18):186801, Oct 2019. ISSN 1079-7114. doi: 10.1103/PhysRevLett.123.186801. 3, 21, 27, 80
- [24] Juan Herrera Mateos, Mariano A Real, Christian Reichl, Alejandra Tonina, Werner Wegscheider, Werner Dietsche, and Liliana Arrachea. Thermoelectric cooling properties of a quantum hall corbino device. *Physical Review B*, 103(12):125404, mar 2021. doi: 10.1103/physrevb.103.125404. 6
- [25] BIPM and Consultative committees. SI brochure 2019. URL <https://www.bipm.org/en/publications/mises-en-pratique>. 7
- [26] W. Poirier, S. Djordjevic, F. Schopfer, and O. Thévenot. The ampere and the electrical units in the quantum era. 2019.
- [27] A Hartland. The quantum hall effect and resistance standards. *Metrologia*, 29(2):175, 1992.
- [28] Beat Jeckelmann and Blaise Jeanneret. The quantum hall effect as an electrical resistance standard. *Reports on Progress in Physics*, 64(12):1603, 2001. 30
- [29] K von Klitzing and G Ebert. Application of the quantum hall effect in metrology. *Metrologia*, 21(1):11, 1985.
- [30] Mariano A. Real. Caracterización de muestras para la realización del efecto hall cuántico entero. Master's thesis, Departamento de Física, Universidad de Buenos Aires, 2010. 30
- [31] A Tonina, M Real, R Iuzzolino, and M Bierzychudek. Qhe samples characterization. In *VIII SEMETRO*. SEMETRO, 2009. 7
- [32] Tsuneya Ando, Alan B Fowler, and Frank Stern. Electronic properties of two-dimensional systems. *Reviews of Modern Physics*, 54(2):437, 1982. 7

- [33] Daijiro Yoshioka. *The quantum Hall effect*, volume 133. Springer Science & Business Media, 2002. 8, 10
- [34] Marvin E Cage, Kv Klitzing, AM Chang, F Duncan, M Haldane, Robert B Laughlin, AMM Pruisken, and DJ Thouless. *The quantum Hall effect*. Springer Science & Business Media, 2012. 30
- [35] Thomas Ihn. *Semiconductor Nanostructures: Quantum states and electronic transport*. OUP Oxford, 2009.
- [36] David Tong. The quantum hall effect. tifr infosys lectures. *arXiv preprint arXiv:1606.06687*, 2016. 8, 11
- [37] Bülent Erol Sağol. *Space and time resolved measurements at the breakdown of the quantum Hall effect*. PhD thesis, Braunschweig, Techn. Univ., Diss., 2003, 2003.
- [38] Samuel Bieri and Jürg Fröhlich. Physical principles underlying the quantum hall effect. *Comptes Rendus Physique*, 12(4):332–346, 2011.
- [39] Supriyo Datta. *Electronic transport in mesoscopic systems*. Cambridge university press, 1997. 10, 74
- [40] CWJ Beenakker and Henk van Houten. Quantum transport in semiconductor nanostructures. In *Solid state physics*, volume 44, pages 1–228. Elsevier, 1991. 11
- [41] Katja C Nowack, Eric M Spanton, Matthias Baenninger, Markus König, John R Kirtley, Beena Kalisky, Christopher Ames, Philipp Leubner, Christoph Brüne, Hartmut Buhmann, et al. Imaging currents in hgte quantum wells in the quantum spin hall regime. *Nature materials*, 12(9):787–791, 2013. 13
- [42] Markus König, Steffen Wiedmann, Christoph Brüne, Andreas Roth, Hartmut Buhmann, Laurens W. Molenkamp, Xiao-Liang Qi, and Shou-Cheng Zhang. Quantum spin hall insulator state in hgte quantum wells. *Science*, 318(5851):766–770, 2007. ISSN 0036-8075. doi: 10.1126/science.1148047. 13, 14, 28, 95, 97
- [43] Andreas Roth, Christoph Brüne, Hartmut Buhmann, Laurens W. Molenkamp, Joseph Maciejko, Xiao-Liang Qi, and Shou-Cheng Zhang. Nonlocal transport in the quantum spin hall state. *Science*, 325(5938):294–297, 2009. ISSN 0036-8075. doi: 10.1126/science.1174736.
- [44] Joseph Maciejko, Taylor L Hughes, and Shou-Cheng Zhang. The quantum spin hall effect. *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.*, 2(1):31–53, 2011. 13

- [45] C. L. Kane and E. J. Mele. Quantum spin hall effect in graphene. *Phys. Rev. Lett.*, 95: 226801, Nov 2005. doi: 10.1103/PhysRevLett.95.226801. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.95.226801>. 14, 95
- [46] W. E. Chickering, J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer, and K. W. West. Thermopower of two-dimensional electrons at filling factors  $\nu = 3/2$  and  $5/2$ . *Physical Review B*, 81 (24):245319, jun 2010. doi: 10.1103/physrevb.81.245319. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.81.245319>. 14, 15, 19, 41, 53
- [47] W. E. Chickering, J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer, and K. W. West. Thermoelectric response of fractional quantized hall and reentrant insulating states in the  $n = 1$  landau level. *Phys. Rev. B*, 87:075302, Feb 2013. doi: 10.1103/PhysRevB.87.075302. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.87.075302>. 15, 41, 60, 61
- [48] H. van Zalinge, R. W. van der Heijden, and J. H. Wolter. Anisotropic corbino magnetothermopower in a quantum hall system. *Phys. Rev. B*, 67(16):165311, Apr 2003. doi: 10.1103/PhysRevB.67.165311. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.67.165311>. 30
- [49] LW Molenkamp, H Van Houten, AAM Staring, and CWJ Beenakker. Quantum effects in thermal and thermo-electric transport in semiconductor nanostructures. *Physica Scripta*, 1993(T49B):441, 1993. 19, 40
- [50] H. van Houten, L. W. Molenkamp, C. W. J. Beenakker, and C. T. Foxon. Thermo-electric properties of quantum point contacts. *Semicond. Sci. Technol.*, 7(3B):B215–B221, Mar 1992. ISSN 0268-1242. doi: 10.1088/0268-1242/7/3b/052.
- [51] Akira Endo, Kazuhiro Fujita, Shingo Katsumoto, and Yasuhiro Iye. Spatial distribution of thermoelectric voltages in a hall-bar shaped two-dimensional electron system under a magnetic field. *Journal of Physics Communications*, 3(5):055005, 2019. 19, 53
- [52] Xiaoxue Liu, Tingxin Li, Po Zhang, L. N. Pfeiffer, K. W. West, Chi Zhang, and Rui-Rui Du. Thermopower and nernst measurements in a half-filled lowest landau level. *Physical Review B*, 97(24):245425, jun 2018. doi: 10.1103/physrevb.97.245425. 14, 53
- [53] N d’Ambrumenil and RH Morf. Thermopower in the quantum hall regime. *Physical Review Letters*, 111(13):136805, Sep 2013. doi: 10.1103/PhysRevLett.111.136805. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.111.136805>. 15

- [54] Ron Aharon Melcer, Bivas Dutta, Christian Spånslätt, Jinhong Park, Alexander D Mirlin, and Vladimir Umansky. Absent thermal equilibration on fractional quantum hall edges over macroscopic scale. *Nature communications*, 13(1):1–7, 2022. 15
- [55] Jeffrey B Miller, Iuliana P Radu, Dominik M Zumbühl, Eli M Levenson-Falk, Marc A Kastner, Charles M Marcus, Loren N Pfeiffer, and Ken W West. Fractional quantum hall effect in a quantum point contact at filling fraction  $5/2$ . *Nature Physics*, 3(8):561–565, 2007. 15
- [56] Lars Onsager. Reciprocal relations in irreversible processes i. *Physical review*, 38(12):2265, 1931. 15
- [57] Lars Onsager. Reciprocal relations in irreversible processes ii. *Physical review*, 38(12):2265, 1931. 15
- [58] Giuliano Benenti, Giulio Casati, Keiji Saito, and Robert S Whitney. Fundamental aspects of steady-state conversion of heat to work at the nanoscale. *Physics Reports*, 694:1–124, Jun 2017. ISSN 0370-1573. doi: 10.1016/j.physrep.2017.05.008. 15, 16, 24, 28, 71
- [59] Francesco Giazotto, Tero T. Heikkilä, Arttu Luukanen, Alexander M. Savin, and Jukka P. Pekola. Opportunities for mesoscopics in thermometry and refrigeration: Physics and applications. *Rev. Mod. Phys.*, 78(1):217–274, Mar 2006. ISSN 1539-0756. doi: 10.1103/RevModPhys.78.217. 15
- [60] Bowen Cai, Haihua Hu, Hua-Lu Zhuang, and Jing-Feng Li. Promising materials for thermoelectric applications. *Journal of Alloys and Compounds*, 806:471–486, 2019. 18
- [61] David Michael Rowe. *CRC handbook of thermoelectrics*. CRC press, 2018. 19
- [62] K Fujita, A Endo, S Katsumoto, and Y Iye. Measurement of diffusion thermopower in the quantum hall systems. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 42(4):1030–1033, 2010. 19
- [63] Fatemeh Hajiloo, Pablo Terrén Alonso, Nastaran Dashti, Liliana Arrachea, and Janine Splettstoesser. Detailed study of nonlinear cooling with two-terminal configurations of topological edge states. *Phys. Rev. B*, 102(15):155434, Oct 2020. doi: 10.1103/PhysRevB.102.155434. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.102.155434>. 21, 27, 73, 74

- [64] Daniel Gresta, Gianmichele Blasi, Fabio Taddei, Matteo Carrega, Alessandro Braggio, and Liliana Arrachea. Signatures of jackiw-rebba resonance in the thermal conductance of topological josephson junctions with magnetic islands. *Physical Review B*, 103(7):075439, 2021. 21
- [65] Raúl Bustos-Marún, Gil Refael, and Felix von Oppen. Adiabatic Quantum Motors. *Physical Review Letters*, 111(6):060802, Aug 2013. ISSN 1079-7114. doi: 10.1103/PhysRevLett.111.060802. 21
- [66] G. D. Mahan and J. O. Sofo. The best thermoelectric. *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.*, 93(15):7436–7439, Jul 1996. ISSN 0027-8424. doi: 10.1073/pnas.93.15.7436. 28
- [67] Giuliano Benenti, Keiji Saito, and Giulio Casati. Thermodynamic bounds on efficiency for systems with broken time-reversal symmetry. *Physical review letters*, 106(23):230602, 2011.
- [68] Robert S Whitney. Most efficient quantum thermoelectric at finite power output. *Physical review letters*, 112(13):130601, 2014.
- [69] Robert S Whitney. Finding the quantum thermoelectric with maximal efficiency and minimal entropy production at given power output. *Physical Review B*, 91(11):115425, 2015. 28
- [70] Gunther Scheunert, O Heinonen, R Hardeman, A Lapicki, M Gubbins, and RM Bowman. A review of high magnetic moment thin films for microscale and nanotechnology applications. *Applied Physics Reviews*, 3(1):011301, 2016. 28
- [71] Shuhei Kobayakawa, Akira Endo, and Yasuhiro Iye. Diffusion thermopower of quantum hall states measured in corbino geometry. *Journal of the Physical Society of Japan*, 82(5):053702, may 2013. doi: 10.7566/jpsj.82.053702. URL <https://doi.org/10.7566/JPSJ.82.053702>. 29, 63
- [72] Jack Ekin. *Experimental techniques for low-temperature measurements: cryostat design, material properties and superconductor critical-current testing*. Oxford university press, 2006. 33
- [73] BL Brandt, DW Liu, and LG Rubin. Low temperature thermometry in high magnetic fields. vii. cernox™ sensors to 32 t. *Review of scientific instruments*, 70(1):104–110, 1999. 35

- [74] KR Li, G Zhou, B Dong, LQ Liu, LY Xiong, R Meng, and Q Li. The measurement and uncertainty analysis of thermal resistance in cryogenic temperature sensor installation. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, volume 171, page 012126. IOP Publishing, 2017.
- [75] S Courts. One year stability of cernox™ and dt-670-sd silicon diode cryogenic temperature sensors operated at 77 k. *Cryogenics*, 107:103050, 2020. 35
- [76] LW Molenkamp, H Van Houten, CWJ Beenakker, R Eppenga, and CT Foxon. Quantum oscillations in the transverse voltage of a channel in the nonlinear transport regime. *Physical review letters*, 65(8):1052, 1990. 41
- [77] LW Molenkamp, Th Gravier, H Van Houten, OJA Buijk, MAA Mabeoone, and CT Foxon. Peltier coefficient and thermal conductance of a quantum point contact. *Physical review letters*, 68(25):3765, 1992. 41
- [78] VT Dolgoplov, AA Shashkin, NB Zhitenev, SI Dorozhkin, and K Von Klitzing. Quantum hall effect in the absence of edge currents. *Physical Review B*, 46(19):12560, 1992. 42, 43
- [79] P. Märki, B. A. Braem, and T. Ihn. Temperature-stabilized differential amplifier for low-noise DC measurements. *Review of Scientific Instruments*, 88(8):085106, aug 2017. doi: 10.1063/1.4997963. 43, 47, 91
- [80] Robert B Laughlin. Quantized hall conductivity in two dimensions. *Physical Review B*, 23(10):5632, 1981. 43
- [81] VT Dolgoplov, AA Shashkin, GV Kravchenko, SI Dorozhkin, and K Von Klitzing. Charge transfer in an inhomogeneous two-dimensional electron system in the arrangement of laughlin's gedanken experiment. *Physical Review B*, 48(11):8480, 1993. 43
- [82] William Elbridge Chickering. *Thermopower in two-dimensional electron systems*. California Institute of Technology, 2016. 46, 60
- [83] MTP. URL <http://matprop.ru/GaAs>. 47
- [84] RO Carlson, GA Slack, and SJ Silverman. Thermal conductivity of gaas and gaas1-x p x laser semiconductors. *Journal of Applied Physics*, 36(2):505–507, 1965. URL <https://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.1714018>. 47
- [85] S Roshko, W Dietsche, and LJ Challis. Spectroscopy of phonon emission in the quantum hall effect regime. *Physical review letters*, 80(17):3835, 1998. 51

- [86] U Klass, W Dietsche, K von Klitzing, and K Ploog. Image of the dissipation in gated quantum hall effect samples. *Surface science*, 263(1-3):97–99, 1992.
- [87] K Ikushima, H Sakuma, S Komiyama, and K Hirakawa. Visualization of quantum hall edge channels through imaging of terahertz emission. *Physical Review B*, 76(16):165323, 2007. 51
- [88] Mariano A Real, Alejandra Tonina, Liliana Arrachea, Paula Giudici, Christian Reichl, Werner Wegscheider, and Werner Dietsche. Controlled generation and detection of a thermal bias in corbino devices under the quantum hall regime. *arXiv preprint arXiv:2210.15599*, 2022. 53, 59
- [89] JCGM. Evaluation of measurement data - guide to the expression of uncertainty in measurement, jcgm 100 2008, 2008. 57
- [90] Mariano Real, Daniel Gresta, Christian Reichl, Jürgen Weis, Alejandra Tonina, Paula Giudici, Liliana Arrachea, Werner Wegscheider, and Werner Dietsche. Thermoelectricity in quantum hall corbino structures. *Physical Review Applied*, 14(3):034019, Sep 2020. doi: 10.1103/PhysRevApplied.14.034019. URL <https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.14.034019>. 59
- [91] M Jonson and SM Girvin. Thermoelectric effect in a weakly disordered inversion layer subject to a quantizing magnetic field. *Physical Review B*, 29(4):1939, 1984. doi: 10.1103/PhysRevB.29.1939. URL <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.29.1939>. 65
- [92] Mariano A Real, Daniel Gresta, Alejandra Tonina, Liliana Arrachea, and Werner Dietsche. Thermoelectricity in corbino devices in the quantum hall regime. In *2020 Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM)*, pages 1–2. IEEE, 2020. 70
- [93] Giuliano Benenti, Giulio Casati, Carlos Mejía-Monasterio, and Michel Peyrard. From thermal rectifiers to thermoelectric devices. Technical Report e-mail:, 2016. 71
- [94] Alex Zevalkink, David M Smiadak, Jeff L Blackburn, Andrew J Ferguson, Michael L Chabinyk, Olivier Delaire, Jian Wang, Kirill Kovnir, Joshua Martin, Laura T Schelhas, et al. A practical field guide to thermoelectrics: Fundamentals, synthesis, and characterization. *Applied Physics Reviews*, 5(2):021303, 2018. 71
- [95] Zhe Ma, Jiangtao Wei, Peishuai Song, Mingliang Zhang, Liangliang Yang, Jing Ma, Wen Liu, Fuhua Yang, and Xiaodong Wang. Review of experimental approaches for

- improving  $zT$  of thermoelectric materials. *Materials Science in Semiconductor Processing*, 121:105303, 2021. 71
- [96] Mario Wolf, Richard Hinterding, and Armin Feldhoff. High power factor vs. high  $zT$ —a review of thermoelectric materials for high-temperature application. *Entropy*, 21(11):1058, 2019.
- [97] Jian He and Terry M Tritt. Advances in thermoelectric materials research: Looking back and moving forward. *Science*, 357(6358):eaak9997, 2017. 71
- [98] A. Ozaeta, P. Virtanen, F. S. Bergeret, and T. T. Heikkilä. Predicted very large thermoelectric effect in ferromagnet-superconductor junctions in the presence of a spin-splitting magnetic field. *Phys. Rev. Lett.*, 112(5):057001, Feb 2014. doi: 10.1103/PhysRevLett.112.057001. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.112.057001>. 71
- [99] Robert S. Whitney. Nonlinear thermoelectricity in point contacts at pinch off: A catastrophe aids cooling. *Phys. Rev. B*, 88(6):064302, Aug 2013. ISSN 2469-9969. doi: 10.1103/PhysRevB.88.064302. 74
- [100] Robert S. Whitney. Finding the quantum thermoelectric with maximal efficiency and minimal entropy production at given power output. *Phys. Rev. B*, 91(11):115425, Mar 2015. ISSN 2469-9969. doi: 10.1103/PhysRevB.91.115425.
- [101] J. B. Pendry. Quantum limits to the flow of information and entropy. *J. Phys. A: Math. Gen.*, 16(10):2161–2171, Jul 1983. ISSN 0305-4470. doi: 10.1088/0305-4470/16/10/012. 74
- [102] YY Wei, J Weis, K v. Klitzing, and K Eberl. Single-electron transistor as an electrometer measuring chemical potential variations. *Applied physics letters*, 71(17):2514–2516, 1997. 81
- [103] OECD. *Frascati Manual 2015*. 2015. doi: <https://doi.org/https://doi.org/10.1787/9789264239012-en>. URL <https://www.oecd-ilibrary.org/content/publication/9789264239012-en>. 82
- [104] Albert G Baca and Carol IH Ashby. *Fabrication of GaAs devices*. Number 6. IET, 2005. 85, 86

- 
- [105] Loren Pfeiffer, KW West, HL Stormer, and KW Baldwin. Electron mobilities exceeding  $10^7$  cm<sup>2</sup>/v s in modulation-doped GaAs. *Applied Physics Letters*, 55(18):1888–1890, 1989. 85
- [106] A Christou. Solid phase formation in Au: Ge/Ni, Ag/In/Ge, In/Au: Ge GaAs ohmic contact systems. *Solid-State Electronics*, 22(2):141–149, 1979. 86
- [107] F Duncan M Haldane. Model for a quantum hall effect without Landau levels: Condensed-matter realization of the “parity anomaly”. *Physical Review Letters*, 61(18):2015, 1988. 95